



সাজেশন

১. বহু বিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলি [MCQ]

* * নীচের প্রশ্নগুলির নির্দেশানুসারে উত্তর দাও। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১

1. $\frac{x^2}{x} = 6$ সমীকরণটির বীজ/বীজদ্বয়
(a) 0 (b) 6 (c) 0 ও 6 (d) -6
2. $x^2 - 6x + 2 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়
(a) 2 (b) -2 (c) 6 (d) -6
3. $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও অসমান হলে $b^2 - 4ac$ হবে—
(a) > 0 (b) $= 0$ (c) < 0 (d) কোনোটিই নয়
4. কোনো মূলধন 10 বছরে দ্বিগুণ হলে, বার্ষিক সরল সুদের হার—
(a) 5% (b) 10% (c) 15% (d) 20%
5. $x\%$ বার্ষিক সরল সুদের হারে কোনো মূলধনের x বছরের সুদ x টাকা হলে মূলধনের পরিমাণ—
(a) x টাকা (b) $100x$ টাকা (c) $\frac{100}{x}$ টাকা (d) $\frac{100}{x^2}$ টাকা
6. O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি দৈর্ঘ্য সমান। $\angle AOB = 60^\circ$ হলে, $\angle COD$ -এর মান—
(a) 40° (b) 30° (c) 60° (d) 90°
7. O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি দৈর্ঘ্যের জ্যা। O বিন্দু থেকে AB জ্যা-এর দূরত্ব 4 সেমি হলে, CD জ্যা-এর দূরত্ব—
(a) 2 সেমি (b) 4 সেমি (c) 6 সেমি (d) 8 সেমি
8. দুটি ঘনকের আয়তনের অনুপাত $1 : 27$ হলে ঘনক দুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত—
(a) $1 : 3$ (b) $1 : 8$ (c) $1 : 9$ (d) $1 : 18$
9. একটি ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল S বর্গ একক এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য d একক হলে, S এবং d -এর সম্পর্ক—
(a) $S = 6d^2$ (b) $3S = 7d$ (c) $S^3 = d^2$ (d) $d^2 = \frac{S}{2}$
10. $2a = 3b = 4c$ হলে $a : b : c$ হবে—
(a) $3 : 4 : 6$ (b) $4 : 3 : 6$ (c) $3 : 6 : 4$ (d) $6 : 4 : 3$



11. a একটি খনাত্মক সংখ্যা এবং $a : \frac{27}{64} = \frac{3}{4} : a$ হলে a -এর মান—
 (a) $\frac{81}{256}$ (b) 9 (c) $\frac{9}{16}$ (d) $\frac{16}{9}$
12. একটি গ্রামের বর্তমান জনসংখ্যা P এবং প্রতি বছর জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার 200% হলে n বছর পর জনসংখ্যা হবে—
 (a) $P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$ (b) $P\left(1 + \frac{r}{50}\right)^n$
 (c) $P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{2n}$ (d) $P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$
13. একটি মেশিনের বর্তমান মূল্য $2P$ টাকা এবং প্রতি বছর মেশিনটির দাম $2r\%$ হ্রাস হলে $2n$ বছর পরে মেশিনের দাম হবে—
 (a) $P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$ (b) $2P\left(1 - \frac{r}{50}\right)^{2n}$
 (c) $P\left(1 - \frac{r}{50}\right)^{2n}$ (d) কোনোটিই নয়
14. এক ব্যক্তি একটি ব্যাংকে 100 টাকা জমা রেখে 2 বছর পর সমূল চক্রবৃদ্ধি পেলেন 121 টাকা। বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি সুদের হার—
 (a) 10% (b) 20% (c) 5% (d) $10\frac{1}{2}\%$
15. চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রে প্রতি বছর চক্রবৃদ্ধি সুদের হার—
 (a) সমান (b) অসমান
 (c) সমান অথবা অসমান উভয়ই (d) কোনোটিই নয়
16. O কেন্দ্রীয় বৃত্তে PQ ব্যাস এবং $PR = RQ$. $\angle RPQ$ -এর মান—
 (a) 30° (b) 90° (c) 60° (d) 45°
17. AOB বৃত্তের ব্যাস। $AC = 3$ সেমি এবং $BC = 4$ সেমি হলে AB -এর দৈর্ঘ্য—
 (a) 3 সেমি (b) 4 সেমি (c) 5 সেমি (d) 8 সেমি
18. দুটি নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3 এবং উচ্চতার অনুপাত 5 : 3 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত—
 (a) 27 : 20 (b) 20 : 27 (c) 4 : 9 (d) 9 : 4
19. একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য অর্ধেক এবং উচ্চতা দ্বিগুণ হলে চোঙটির আয়তন হবে পূর্বের চোঙের আয়তনের—
 (a) সমান (b) দ্বিগুণ (c) অর্ধেক (d) 4 গুণ



20. $x = 2 + \sqrt{3}$ হলে $x + \frac{1}{x}$ এর মান—
(a) 2 (b) $2\sqrt{3}$ (c) 4 (d) $2 - \sqrt{3}$
21. $a + b = \sqrt{3}$ এবং $a - b = \sqrt{3}$ হলে, $(a^2 + b^2)$ এর মান—
(a) 8 (b) 4 (c) 2 (d) 1
22. বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি—
(a) আয়তক্ষেত্র (b) বর্গক্ষেত্র (c) রম্বস (d) সামান্তরিক
23. দুটি গোলকের আয়তনের অনুপাত 1 : 8 হলে, তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত—
(a) 1 : 2 (b) 1 : 4 (c) 1 : 8 (d) 1 : 16
24. $2r$ একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলকের আয়তন—
(a) $\frac{32\pi r^3}{3}$ ঘন একক (b) $\frac{16\pi r^3}{3}$ ঘন একক
(c) $\frac{8\pi r^3}{3}$ ঘন একক (d) $\frac{64\pi r^3}{3}$ ঘন একক
25. দুটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 16 : 9 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত—
(a) 64 : 27 (b) 4 : 3 (c) 27 : 64 (d) 3 : 4
26. $x \propto \frac{1}{y}$ হলে—
(a) $x = \frac{1}{y}$ (b) $y = \frac{1}{x}$ (c) $xy = 1$ (d) $xy = K$
27. $y - z \propto \frac{1}{x}$, $z - x \propto \frac{1}{y}$ এবং $x - y \propto \frac{1}{z}$ হলে, তাহলে ভেদ ধ্রুবক তিনটির সমষ্টি—
(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2
28. শূভেন্দু ও নৌসাদ যথাক্রমে 1500 ও 1000 টাকা দিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে। এক বছর পরে ব্যবসায় 75 টাকা ক্ষতি হলে, শূভেন্দুর ক্ষতি হল—
(a) 45 টাকা (b) 30 টাকা (c) 25 টাকা (d) 40 টাকা
29. অংশীদারী ব্যবসায় কমপক্ষে লোকের দরকার—
(a) 2 জন (b) 3 জন (c) 4 জন (d) 1 জন
30. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে C বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। AB বৃত্ত দুটির একটি সাধারণ স্পর্শক বৃত্ত দুটিকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করে। $\angle ACB$ -এর পরিমাপ—
(a) 60° (b) 45° (c) 30° (d) 90°



31. দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি ও 3 সেমি বৃত্ত দুটি পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করে। বৃত্ত দুটির কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব—
 (a) 2 সেমি (b) 2.5 সেমি (c) 1.5 সেমি (d) 8 সেমি
32. দুটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ বা স্পর্শ না করলে বৃত্ত দুটির সর্বাধিক সংখ্যায় সাধারণ স্পর্শক অঙ্কন করা যায়—
 (a) 4 টি (b) 2 টি (c) 1 টি (d) 3 টি
33. একটি শঙ্কুর ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\frac{r}{2}$ একক এবং তির্যক উচ্চতা $2l$ একক হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল—
 (a) $2\pi r(l + r)$ বর্গ একক (b) $\pi r \left(l + \frac{r}{4} \right)$ বর্গ একক
 (c) $\pi r(l + r)$ বর্গ একক (d) $2\pi rl$ বর্গ একক
34. একটি শঙ্কুর ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য এবং উচ্চতা প্রত্যেকটি দ্বিগুণ হলে, শঙ্কুটির আয়তন পূর্বের শঙ্কুর আয়তনের—
 (a) 3 গুণ (b) 4 গুণ (c) 6 গুণ (d) 8 গুণ
35. r একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট অর্ধগোলক থেকে সর্ববৃহৎ যে নিরেট শঙ্কু কেটে নেওয়া যাবে তার আয়তন—
 (a) $4\pi r^3$ ঘন একক (b) $3\pi r^3$ ঘন একক
 (c) $\frac{\pi r^3}{4}$ ঘন একক (d) $\frac{\pi r^3}{3}$ ঘন একক
36. একটি সুযম ষড়ভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের বৃত্তীয় মান—
 (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{4}$
37. $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $\angle A = 120^\circ$, $\angle C$ -এর বৃত্তীয় মান—
 (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$
38. ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $AC = BC$ এবং $AB^2 = 2AC^2$ হলে, $\angle C$ -এর পরিমাপ—
 (a) 30° (b) 90° (c) 45° (d) 60°
39. একটি রম্বসের কর্ণের দৈর্ঘ্য 24 সেমি ও 10 সেমি হলে রম্বসটির পরিসীমা—
 (a) 13 সেমি (b) 26 সেমি (c) 52 সেমি (d) 25 সেমি
40. যদি $3x = \operatorname{cosec} \alpha$ এবং $= \frac{3}{x} = \cot \alpha$ হয়, তাহলে $3 \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right)$ -এর মান—
 (a) $\frac{1}{27}$ (b) $\frac{1}{81}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{9}$



41. $2\cos 3\theta = 1$ হলে, θ -এর মান—
(a) 10° (b) 15° (c) 20° (d) 30°
42. $\{\cos(40^\circ + \theta) - \sin(50^\circ - \theta)\}$ -এর মান—
(a) $2\cos \theta$ (b) $7\sin \theta$ (c) 0 (d) 1
43. ABC একটি ত্রিভুজ $\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) =$
(a) $\sin \frac{A}{2}$ (b) $\cos \frac{A}{2}$ (c) $\sin A$ (d) $\cos A$
44. A এবং B পরস্পরের পূরক কোণ হলে $\sin A$ -এর মান—
(a) $\cos B$ (b) $\sin A$ (c) $\cot A$ (d) $\tan A$
45. তিনতলা বাড়ির ছাদ থেকে মাটিতে পড়ে থাকা একটি বাক্সকে যত কোণে দেখলে বাড়ির উচ্চতা ও বাড়ি থেকে বাক্সটির দূরত্ব সমান হবে তা হল—
(a) 15° (b) 30° (c) 45° (d) 60°
46. একটি পোস্টের ভূমিতলের ছায়ার দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ গুণ হলে সূর্যের উন্নতি কোণ—
(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
47. একটি পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমা যে লেখচিত্রের সাহায্যে পাওয়া যায় তা হল—
(a) পরিসংখ্যা রেখা (b) পরিসংখ্যা বহুভুজ
(c) আয়তলেখ (d) ওজাইভ
48. $16, 15, 17, 16, 15, x, 19, 17, 14$ তথ্যের সংখ্যাগুরু মান 15 হলে, x -এর মান—
(a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 19
49. উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজানো $8, 9, 12, 17, x + 2, x + 4, 30, 31, 34, 39$ তথ্যের মধ্যমা 24 হলে, x -এর মান—
(a) 22 (b) 21 (c) 20 (d) 24
50. কেন্দ্রীয় প্রবণতার মাপক—
(a) তিনটি (b) দুটি (c) একটি (d) চারটি



1

পাটিগণিত

সরল সুদকষা

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. বার্ষিক 6% সরল সুদের হারে কোনো টাকা কত বছরে দ্বিগুণ হবে?

উত্তরঃ মনেকরি, আসল (P) = x টাকা

সুদ-আসল = $2x$ টাকা

সুদ (I) = $2x - x = x$ টাকা

সুদের হার (r) = 6%

সময় (t) = ?

$$\text{সময়} = \frac{100 \times I}{P \times r} = \frac{100 \times x}{x \times 6} = 16 \frac{2}{3}$$

$\therefore 16 \frac{2}{3}$ বছরে দ্বিগুণ হবে।

2. যদি 292 টাকার 1 দিনের সুদ 5 পয়সা হয়, তবে বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত?

উত্তরঃ আসল (P) = 292 টাকা

সময় (t) = 1 দিন = $\frac{1}{365}$ বছর।

সুদ (I) = 5 পয়সা = $\frac{5}{100}$ টাকা = $\frac{1}{20}$ টাকা

$$\text{সুদের হার} = \frac{100 \times I}{P \times t} = \frac{5 \times 100 \times 1 \times 365}{292 \times 1 \times 20} = \frac{25}{4} = 6 \frac{1}{4}$$

$\therefore$ নির্ণেয় সুদের হার = $6 \frac{1}{4}$

3. বার্ষিক 5% সরল সুদের হারে কত টাকার মাসিক সুদ 1 টাকা হবে?

উত্তরঃ ধরি, আসল = P টাকা

সুদের হার (r) = 5%

সময় (t) = 1 মাস = $\frac{1}{12}$ বছর।

সুদ (i) = 1 টাকা

$$\text{আমরা জানি, আসল (P)} = \frac{100I}{r \times t} = \frac{100 \times 1 \times 12}{5 \times 1} = 240$$

$\therefore$ নির্ণেয় টাকার পরিমাণ = 240 টাকা



4. বার্ষিক সরল সুদের হার কত হলে 5 বছরে সুদ-আসলের $\frac{1}{4}$ অংশ হবে?

উত্তরঃ ধরি, আসল (P) = x টাকা সুদ (I) = $\frac{x}{4}$ টাকা

সময় (t) = 5 বছর

$$\text{সুদের হার} = \frac{100 \times I}{P \times t} = \frac{100 \times \frac{x}{4}}{x \times 5} = 5 \quad \therefore \text{নির্ণেয় সুদের হার} = 5\%$$

5. দুটি ব্যাংকে 5000 টাকার 2 বছরের সুদের পার্থক্য 250 টাকা হলে ব্যাংক দুটির সুদের হারের পার্থক্য কত?

উত্তরঃ ধরি, প্রথম ব্যাংকের সুদের হার = $r_1\%$; দ্বিতীয় ব্যাংকের সুদের হার = $r_2\%$

$$\text{প্রথম ব্যাংকের সুদ } (I_1) = \frac{5000 \times 2 \times r_1}{100} = 100r_1 \text{ টাকা}$$

$$\text{দ্বিতীয় ব্যাংকের সুদ } (I_2) = \frac{5000 \times 2 \times r_2}{100} = 100r_2 \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } I_1 - I_2 = 100(r_1 - r_2) = 250 \quad \text{বা, } (r_1 - r_2) = \frac{250}{100} = 2.5$$

6. বার্ষিক $8\frac{1}{3}\%$ সরল সুদে 960 টাকার 1 বছর 3 মাসের সর্বস্থিমূল কত হবে?

উত্তরঃ আসল (P) = 960 টাকা

$$\text{সুদের হার } (r) = 8\frac{1}{3}\% = \frac{25}{3}\%$$

$$\text{সময় } (t) = 1 \text{ বছর } 3 \text{ মাস} = (12 + 3) \text{ মাস} = \frac{25}{12} \text{ বছর} = \frac{5}{4} \text{ বছর}$$

$$\text{সুদ } (I) = \frac{P \times r \times t}{100} = \frac{960 \times \frac{25}{3} \times \frac{5}{4}}{100} = 100$$

$$\therefore \text{সর্বস্থিমূল} = (960 + 100) \text{ টাকা} = 1060 \text{ টাকা}$$

7. কিছু পরিমাণ টাকা একই শতকরা বার্ষিক সরলসুদের হারে 3 বছরে সর্বস্থিমূল 496 টাকা এবং 5 বছরের সর্বস্থিমূল 560 টাকা হলে ওই টাকার পরিমাণ এবং শতকরা বার্ষিক সরল সুদের হার কত?

উত্তরঃ আসল + 5 বছরের সুদ = 560 টাকা

$$\text{আসল} + 3 \text{ বছরের সুদ} = 496 \text{ টাকা}$$

$$\text{বিয়োগ করে, } 2 \text{ বছরের সুদ} = 64 \text{ টাকা}$$



$$1 \text{ বছরের সুদ} = \frac{64}{2} \text{ টাকা}$$

$$5 \text{ বছরের সুদ} = \frac{64 \times 5}{2} = 160 \text{ টাকা}$$

$$5 \text{ বছরের সুদ-আসল} = 560 \text{ টাকা}$$

$$\text{আসল} = (560 - 160) = 400 \text{ টাকা}$$

$$\text{সময় } (t) = 5 \text{ বছর,} \quad \text{সুদের হার} = \frac{100 I}{P \times t} = \frac{2 \times 8}{\frac{100 \times 160}{400 \times 5}} = 8$$

$\therefore$ আসল = 400 টাকা এবং সুদের হার 8%.

২. রচনাধর্মী প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৫

- এক ব্যক্তি তাঁর দুই মেয়ের প্রত্যেকের জন্য ব্যাংকে এমনভাবে টাকা জমা রাখেন যাতে প্রত্যেক মেয়ের বয়স যখন 18 বছর হবে তখন প্রত্যেক মেয়ে 120000 টাকা করে পাবে। ব্যাংকের বার্ষিক সরল সুদের হার 10% এবং মেয়েদের বর্তমান বয়স যথাক্রমে 13 বছর ও 8 বছর। তিনি প্রত্যেক মেয়ের জন্য ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

উত্তরঃ ধরি, প্রথম মেয়ের জন্য x টাকা ও দ্বিতীয় মেয়ের জন্য y টাকা জমা রেখেছিলেন।

$$\text{প্রথম মেয়ের ক্ষেত্রে সুদ-আসল} = \left\{ x + \frac{x \cdot (18 - 13) \cdot 10}{100} \right\} = x + \frac{x \times 5}{2} = \frac{3x}{2} \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{3x}{2} = 120000 \text{ বা, } x = \frac{120000 \times 2}{3} = 80000 \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় মেয়ের ক্ষেত্রে সুদ-আসল} &= \left\{ y + \frac{y \cdot (18 - 8) \cdot 10}{100} \right\} \text{ টাকা} \\ &= \left(y + y \times \frac{10}{10} \right) = 2y \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 2y = 120000 \text{ বা, } y = \frac{120000}{2} = 60000 \text{ টাকা}$$

$\therefore$ প্রথম মেয়ের জন্য 80,000 টাকা ও দ্বিতীয় মেয়ের জন্য, 60,000 টাকা জমা রেখেছিলেন।

- কোনো মূলধন একই বার্ষিক শতকরা সরল সুদের হারে 7 বছরে সুদে-আসলে 7100 টাকা এবং 4 বছরের সুদে-আসলে 6200 টাকা হলে মূলধন ও বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত?



উত্তরঃ আসল + 7 বছরের সুদ = 7100 টাকা

আসল + 4 বছরের সুদ = 6200 টাকা

(বিয়োগ করে) 3 বছরের সুদ = 900 টাকা

1 বছরের সুদ = $\frac{900}{3}$ টাকা

300

4 বছরের সুদ = $\frac{900 \times 4}{3}$ টাকা = 1200 টাকা

4 বছরের সুদ (I) = 1200 টাকা

সময় (t) = 4 বছর

আসল (P) = 6200 - 1200 = 5000

সুদের হার = $\frac{100 \times \frac{1200}{5000} \times 4}{4} = 6$

নির্ণেয় আসল = 5000 টাকা,

সুদের হার = 6%

3. রহমত চাচা একটি বাড়ি তৈরি করার জন্য বার্ষিক 12% সরল সুদের হারে 240000 টাকা ব্যাংক থেকে ধার নেন। ধার নেওয়ার এক বছর পর তিনি প্রতি মাসে 5200 টাকায় ভাড়া দেন। ধার নেওয়ার কত বছর পরে তিনি বাড়ি ভাড়ার আয় থেকে ব্যাংকের টাকা সুদসহ শোধ করবেন?

উত্তরঃ ধরি, তিনি ঋণ নেওয়ার x বছর পর সমস্ত ঋণ শোধ করলেন।

মাসিক ভাড়া 5200 টাকা হলে $(x - 1)$ বছরের মোট ভাড়ার টাকার পরিমাণ
= 5200 $(x - 1) \times 12$ টাকা

আবার, 240000 টাকার বার্ষিক 12% হারে x বছরের সুদ = $\frac{240000 \times 12 \times x}{100}$ টাকা

শর্তানুসারে, $\frac{240000 \times 12 \times x}{100} + 240000 = 5200 (x - 1) \times 12$

বা, $28800x + 240000 = 62400x - 62400$

বা, $33600x = 302400$ বা, $x = 9$

∴ 9 বছর পর সমস্ত ঋণ পরিশোধ করলেন।

4. একব্যক্তি তাঁর 12 বছরের ছেলে এবং 14 বছরের মেয়ের জন্য 187500 টাকা ব্যাংকে বার্ষিক 5% সরল সুদের হারে এমন ভাবে জমা রাখলেন যাতে উভয়ের বয়স যখন 18 বছর হবে তারা প্রত্যেকে সুদে-আসলে সমান টাকা পাবে। তিনি তাঁর ছেলে এবং মেয়ের জন্য ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

উত্তরঃ ধরি, ছেলের জন্য x টাকা ও মেয়ের জন্য y টাকা জমা রেখেছিলেন।

শর্তানুসারে, $x + y = 187500$

... (i)



$$18 \text{ বছর বয়সে ছেলের জন্য সুদ-আসল} = \left\{ x + \frac{x \cdot (18-12) \cdot 5}{100} \right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{ x + \frac{x \times \cancel{36} \times \cancel{5}}{100 \cancel{20} 10} \right\} \text{ টাকা} = \left(x + \frac{3x}{10} \right) \text{ টাকা} = \frac{13x}{10} \text{ টাকা}$$

$$18 \text{ বছর বয়সে মেয়ের প্রাপ্য সুদ-আসল} = \left\{ y + \frac{y \cdot (18-14) \cdot 5}{100} \right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{ y + \frac{y \times \cancel{4} \times \cancel{5}}{100 \cancel{20} 5} \right\} \text{ টাকা} = \frac{6y}{5} \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{13x}{\cancel{10}} = \frac{6y}{\cancel{5}} \text{ বা, } 13x = 12y \text{ বা, } \frac{x}{y} = \frac{12}{3} = K \text{ (ধরি) যেখানে } K > 0$$

$$\therefore x = 12K, y = 13K$$

$$(i) \text{ নং থেকে পাই, } 12K + 13K = 187500 \text{ বা, } 25K = 187500 \text{ বা, } K = 7500$$

$$\therefore x = 12 \times 7500 = 90,000 \quad \therefore y = 13 \times 7500 = 97,500$$

ছেলের জন্য 90,000 টাকা মেয়ের জন্য 97,500 টাকা জমা রেখেছিলেন।

5. রমেনবাবু মোট 370000 টাকা তিনটি ব্যাংকে জমা রাখেন। তিনটি ব্যাংকের বার্ষিক সরল সুদের হার 4%, 5% ও 6%। 1 বছর পর তাঁর তিনটি ব্যাংকে মোট সুদের পরিমাণ সমান হয়। তিনি তিনটি ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

উত্তরঃ ধরি, তিনি প্রথম ব্যাংকে x টাকা। দ্বিতীয় ব্যাংকে y টাকা ও তৃতীয় ব্যাংকে z টাকা জমা রাখেন।

$$1 \text{ বছর পর প্রথম ব্যাংকের মোট সুদ} = \frac{x \times 4 \times 1}{100} = \frac{4x}{100} \text{ টাকা}$$

$$1 \text{ বছর পর দ্বিতীয় ব্যাংকের মোট সুদ} = \frac{y \times 5 \times 1}{100} = \frac{5y}{100} \text{ টাকা}$$

$$1 \text{ বছর পর তৃতীয় ব্যাংকের মোট সুদ} = \frac{z \times 6 \times 1}{100} = \frac{6z}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } x + y + z = 370000 \quad \dots (i)$$

$$\therefore \frac{4x}{100} = \frac{5y}{100} = \frac{6z}{100} \quad \dots (ii)$$

$$\text{সুতরাং, } 4x = 5y = 6z = K \text{ (ধরি) যেখানে, } K > 0$$

$$\therefore x = \frac{K}{4}, y = \frac{K}{5}, z = \frac{K}{6} \quad \text{আবার, } x + y + z = 370000$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{K}{4} + \frac{K}{5} + \frac{K}{6} = 370000 \text{ বা, } \frac{15K + 12K + 10K}{60} = 370000$$



বা, $37K = 370000 \times 60$ বা, $K = \frac{100000}{37} \times 60$ বা, $K = 600000$

$\therefore x = \frac{600000}{4} = 150000, y = \frac{600000}{5} = 120000, z = \frac{600000}{6} = 100000$

$\therefore$ তিনি তিনটি ব্যাংকে 150000 টাকা, 120000 টাকা ও 100000 টাকা জমা রাখেন।

চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সমাহার বৃদ্ধি

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. 100 টাকার 2 বছরে সমূল চক্রবৃদ্ধি 441 টাকা হলে, বার্ষিক শতকরা চক্রবৃদ্ধি সুদের হার কত?

উত্তরঃ আসল (P) = 400 টাকা, সময় (n) = 2 বছর

ধরি, সুদের হার = $r\%$

শর্তানুসারে, ধরি, সুদের হার $400 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 441$ $r\%$

বা, $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{441}{400}$ বা, $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = \left(\frac{21}{20}\right)^2$

বা, $1 + \frac{r}{100} = \frac{21}{20}$ বা, $\frac{100 + r}{100} = \frac{21}{20}$ বা, $r = 105 - 100 = 5$

সুতরাং, সুদের হার = 5%

2. প্রতি বছর $r\%$ হ্রাসপ্রাপ্ত হলে, n বছর পর একটি মেশিনের মূল্য হয় V টাকা। n বছর পূর্বে মেশিনটির মূল্য কত ছিল?

উত্তরঃ ধরি, n বছর পূর্বে মেশিনটির মূল্য ছিল = x টাকা।

শর্তানুসারে, $x \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n = V$ বা, $x = \frac{V}{\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n}$ বা, $x = V \left(1 - \frac{r}{100}\right)^{-n}$

n বছর পূর্বে মেশিনটির মূল্য ছিল $V \left(1 - \frac{r}{100}\right)^{-n}$ টাকা।

3. বার্ষিক 10% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে কত বছরে 50000 টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি 60500 টাকা হবে নির্ণয় করো।

উত্তরঃ ধরি, সময় = n বছর আসল (P) = 50,000 টাকা সুদের হার (r) = 10%

শর্তানুসারে, $50000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^n = 60500$



$$\text{বা, } \left(1 + \frac{1}{10}\right)^n = \frac{121}{100} \quad \text{বা, } \left(\frac{11}{10}\right)^n = \left(\frac{11}{10}\right)^2 \quad \text{বা, } n = 2$$

∴ নির্ণেয় সময় = 2 বছর।

4. একটি গাছের উচ্চতা প্রতি বছর 20% হারে বৃদ্ধি পায়। গাছটির বর্তমান উচ্চতা 28.8 মিটার হলে 2 বছর আগে গাছটির উচ্চতা কত ছিল?

উত্তরঃ ধরি, 2 বছর আগে গাছটির উচ্চতা ছিল x মিটার

$$\text{শর্তানুসারে, } x \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 28.8 \text{ টাকা}$$

$$\text{বা, } x \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{288}{10} \quad \text{বা, } x = \frac{288 \times 25}{10 \times 36} \quad \text{বা, } x = 20$$

∴ 2 বছর আগে গাছটির উচ্চতা ছিল 20 মিটার।

২. রচনাধর্মী প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৫

1. বার্ষিক 4% হার সুদে কত টাকার 2 বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সরল সুদের অন্তর 80 টাকা হবে নির্ণয় করো।

উত্তরঃ ধরি, আসল = x টাকা।

$$4\% \text{ হারে 2 বছরের সরল সুদ} = \frac{x \times 4 \times 2}{100} = \frac{2x}{25} \text{ টাকা।}$$

$$4\% \text{ হারে 2 বছরের সমূল চক্রবৃদ্ধি} = x \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 = x \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100} = \frac{676x}{100} \text{ টাকা।}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি সুদ} = \left(\frac{676x}{100} - x\right) \text{ টাকা} = \frac{51x}{625} \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{51x}{625} - \frac{2x}{25} = 80 \quad \text{বা, } \frac{51x - 50x}{625} = 80 \quad \text{বা, } x = 80 \times 625$$

$$\text{বা, } x = 50000$$

∴ নির্ণেয় আসল = 50000 টাকা।

2. কোনো মূলধনের 2 বছরের সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদ যথাক্রমে 400 টাকা ও 410 টাকা হলে, ওই মূলধনের পরিমাণ ও শতকরা বার্ষিক সুদের হার নির্ণয় করো।

উত্তরঃ 2 বছরের সুদ = 400 টাকা।

$$1 \text{ বছরের সরল সুদ} = 200 \text{ টাকা।}$$



2 বছরের চক্রবৃদ্ধি ও সরল সুদের পার্থক্য = $(410 - 400)$ টাকা = 10 টাকা

200 টাকার 1 বছরের সুদ = 10 টাকা।

100 টাকার 1 বছরের সুদ = $(10 \div 2) = 5$ টাকা।

বার্ষিক সুদের হার = 5%

আবার, 1 বছরে 5 টাকা সুদ হবে যখন আসল 100 টাকা।

2 বছরে 5 টাকা সুদ হবে যখন আসল $\frac{100}{2}$ টাকা।

2 বছরে 1 টাকা সুদ হবে যখন আসল $\frac{100}{2 \times 5}$ টাকা।

2 বছরে 400 টাকা সুদ হবে যখন আসল $\frac{100 \times 400}{2 \times 5} = 4000$ টাকা।

$\therefore$ নির্ণেয় মূলধন = 4000 টাকা এবং সুদের হার = 5%

3. কোনো এক জেলার সমস্ত মাধ্যমিক শিক্ষাকেন্দ্রের (M.S.K.) বর্তমান শিক্ষার্থীর সংখ্যা 3993 জন। প্রতি বছর বিগত বছরের তুলনায় যদি 10% শিক্ষার্থী বৃদ্ধি পেয়ে থাকে। তবে 3 বছর পূর্বে ওই জেলার সকল মাধ্যমিক শিক্ষাকেন্দ্রের শিক্ষার্থীর সংখ্যা কত ছিল?

উত্তরঃ ধরি, 3 বছর পূর্বে ওই জেলার শিক্ষার্থীর সংখ্যা ছিল x জন।

শর্তানুসারে, $x \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 = 3993$

বা, $x \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} = 3993$ বা, $x = \frac{3993 \times 10 \times 10 \times 10}{11 \times 11 \times 11}$

বা, $x = 3000$

$\therefore$ 3 বছর পূর্বে শিক্ষার্থীর সংখ্যা ছিল = 3000 জন।

4. ধূমপান বিরোধী প্রচারের ফলে প্রতিবছর ধূমপায়ীর সংখ্যা $6\frac{1}{4}\%$ হ্রাস পায়। বর্তমানে কোনো শহরে 33750 জন ধূমপায়ী থাকলে, 3 বছর পূর্বে ওই শহরে কতজন ধূমপায়ী ছিল?

উত্তরঃ ধরি, 3 বছর পূর্বে ওই শহরে x জন ধূমপায়ী ছিল।

শর্তানুসারে, $x \left(1 - \frac{25}{100}\right)^3 = 33750$ বা, $x \left(1 - \frac{25}{4 \times 100}\right)^3 = 33750$



$$\begin{array}{r} 10 \\ 150 \\ \hline \end{array}$$

$$2250$$

$$\text{বা, } x \times \frac{15}{16} \times \frac{15}{16} \times \frac{15}{16} = 33750 \text{ বা, } x = \frac{33750 \times 16 \times 16}{15 \times 15 \times 15}$$

$$\text{বা, } x = 40960$$

∴ 3 বছর পূর্বে ধূমপায়ীর সংখ্যা ছিল 40960 জন।

5. কোনো রাজ্যে পথ নিরাপত্তা প্রচারাভিযানের মাধ্যমে পথ দুর্ঘটনা প্রতি বছর তার পূর্ব বছরের তুলনায় 10% হ্রাস পেয়েছে। বর্তমান বছরে ওই রাজ্যে যদি 2916 টি পথ দুর্ঘটনা ঘটে তবে 3 বছরে পূর্বে ওই রাজ্যে দুর্ঘটনার সংখ্যা কত ছিল?

উত্তরঃ ধরি, x বছর পূর্বে ওই রাজ্যে দুর্ঘটনার সংখ্যা ছিল x টি।

$$\therefore \text{বর্তমানে ওই রাজ্যে দুর্ঘটনার সংখ্যা} = x \left(1 - \frac{10}{100}\right)^3 \text{ টি—}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } x \left(1 - \frac{10}{100}\right)^3 = 2916 \text{ টি}$$

$$\text{বা, } x \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = 2916 \text{ বা, } x = \frac{2916 \times 10 \times 10 \times 10}{9 \times 9 \times 9}$$

$$\text{বা, } x = 4000$$

∴ 3 বছর পূর্বে ওই রাজ্যে দুর্ঘটনার সংখ্যা ছিল 4000 টি

অংশীদারী কারবার

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. একটি অংশীদারী ব্যবসায় অতনু, অঙ্কন ও অয়ন-এর মূলধনের অনুপাত $\frac{1}{6} : \frac{1}{5} : \frac{1}{4}$ । বছরের শেষে ব্যবসায় মোট লাভ 3700 টাকা হলে, অয়নের লাভ কত হবে?

$$\text{উত্তরঃ তিন বন্ধুর মূলধনের অনুপাত} = \frac{1}{6} : \frac{1}{5} : \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{6} \times 60 : \frac{1}{5} \times 60 : \frac{1}{4} \times 60 = 10 : 12 : 15$$

$$\text{অয়নের লাভাংশ} = \frac{15}{10 + 12 + 15} \times 3700 = \frac{15}{37} \times 3700 = 1500 \text{ টাকা}$$

2. একটি ব্যবসায় মোট লাভ হয় 1500 টাকা। প্রেমশংসুর মূলধন 6000 টাকা এবং লাভ 900 টাকা হলে অতনুর মূলধন কত ছিল?



উত্তরঃ ধরি, অতনুর মূলধন x টাকা ($x > 0$)

দুই বন্ধুর মূলধনের অনুপাত = $6000 : x$

মোট লাভ = 1500 টাকা

প্রমাংশ লভ্যাংশ পাবে = $\frac{6000}{6000 + x} \times 1500$ টাকা

শর্তানুসারে, $\frac{6000}{6000 + x} \times 1500 = 900$

বা, $54000 + 9x = 90000$ বা, $9x = 90000 - 54000$ বা, $9x = 36000$ বা, $x = 4000$

$\therefore$ অতনুর মূলধন 4000 টাকা। (উত্তর)

3. একটি ব্যবসায় তিন বন্ধুর মূলধনের অনুপাত 3 : 8 : 5 এবং প্রথম ব্যক্তির লাভ তৃতীয় ব্যক্তির লাভের থেকে 60 টাকা কম হলে, ব্যবসায় মোট লাভ কত হয়েছিল?

উত্তরঃ তিনবন্ধুর মূলধনের অনুপাত = 3 : 8 : 5

ধরি, মোট লভ্যাংশ = x টাকা ($\therefore x > 0$)

প্রথম ব্যক্তির লভ্যাংশ = $\frac{3}{16} \times x = \frac{3x}{16}$ টাকা

তৃতীয় ব্যক্তির লভ্যাংশ = $\frac{5x}{16}$ টাকা

শর্তানুসারে, $\frac{5x}{16} - \frac{3x}{16} = 60$ বা, $2x = 60 \times 16$ বা, $2x = \frac{60 \times 16}{2}$ বা, $x = 480$

মোট লাভ হয়েছিল = 480 টাকা।

4. A, B ও C এর মোট মূলধনের অনুপাত 5 : 3 : 2। যদি B ও C-এর মোট মূলধনের পরিমাণ 60,000 টাকা হয়, তবে A-এর মূলধন কত?

উত্তরঃ ধরি, A, B ও C-এর মূলধন যথাক্রমে $5x$, $3x$ ও $2x$ টাকা ($\therefore x > 0$)

শর্তানুসারে, $3x + 2x = 60,000$

বা, $5x = 60,000$ বা, $x = 12,000$

A-এর মূলধন = $5 \times 12,000$ টাকা = 60,000 টাকা।

5. একটি যৌথ ব্যবসায় মোট মূলধনের $\frac{1}{2}$ অংশ মনসা ও $\frac{1}{6}$ অংশ সানি, এবং বাকি অংশ পবিত্র-র। ব্যবসাতে মোট 18,000 টাকা লাভ হলে পবিত্রের লাভের পরিমাণ কত?

উত্তরঃ তিন বন্ধুর মূলধনের অনুপাত = $\frac{1}{2} : \frac{1}{6} : \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} : \frac{1}{6} : \frac{1}{3} = 3 : 1 : 2$

মোট লভ্যাংশ = 18,000 টাকা

পবিত্র লভ্যাংশ পাবে = $\frac{2}{6} \times 18,000 = 6,000$ টাকা



২. রচনাধর্মী প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৫

1. তিন বন্ধু যথাক্রমে 1,20,000 টাকা 1,50,000 টাকা ও 1,10,000 টাকা মূলধন নিয়ে একটি বাস ক্রয় করেন, প্রথমজন ড্রাইভার ও বাকি দুজন কন্ডাক্টরের কাজ করেন। তারা ঠিক করেন যে মোট আয়ের $\frac{2}{5}$ অংশ কাজের জন্য 3 : 2 : 2 অনুপাতে ভাগ করবেন। এবং বাকি টাকা মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নেবেন। কোনো একমাসে যদি 29260 টাকা আয় হয়, তবে কে, কত টাকা পাবেন?

উত্তরঃ মোট আয়ের $\frac{2}{5}$ অংশ কাজের জন্য ভাগ করবেন।

অর্থাৎ $29260 \times \frac{2}{5}$, 11704 টাকা 3 : 2 : 2 অনুপাতে ভাগ করবেন।

1672

11704 টাকার মধ্যে ড্রাইভার পাবেন = $\frac{3}{7} \times 11704 = 5016$ টাকা

1672

11704 টাকার মধ্যে প্রথম কন্ডাক্টর পাবেন = $\frac{2}{7} \times 11704 = 3344$ টাকা

1672

11704 টাকার মধ্যে দ্বিতীয় কন্ডাক্টর পাবেন = $\frac{2}{7} \times 11704 = 3344$ টাকা

বাকি $(29260 - 11704) = 17556$ টাকা মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নেবেন।

তিন বন্ধুর মূলধনের অনুপাত = 1,20,000 : 1,50,000 : 1,10,000 = 12 : 15 : 11

$$\begin{aligned} \text{ড্রাইভার মোট আয় পাবেন} &= \left(\frac{12}{38} \times 17556 + 5016 \right) \\ &= (5544 + 5016) = 10560 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\text{প্রথম কন্ডাক্টর মোট আয় পাবেন} = \left(\frac{15}{36} \times 17556 + 3344 \right) = 10274 \text{ টাকা}$$

$$\text{দ্বিতীয় কন্ডাক্টর মোট আয় পাবেন} = \left(\frac{11}{38} \times 17556 + 3344 \right) = 8426 \text{ টাকা}$$

2. A ও B যথাক্রমে 30,000 টাকা ও 50,000 টাকা মূলধন দিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করেন। 6 মাস পরে A আরও 40,000 টাকা লগ্নি করল, কিন্তু B ব্যক্তিগত প্রয়োজনে 10,000 টাকা তুলে নিলেন। বছরের শেষে 19,000 টাকা লাভ হলে কে কত টাকা লভ্যাংশ পাবে?

উত্তরঃ A-এর মূলধন 30,000 টাকা 6 মাস ও $(30,000 + 40,000) = 70,000$ টাকা 6 মাস খাটবে।



1 মাস হিসাবে A -এর মূলধন হবে = $\{(30,000 \times 6) + (70,000 \times 6)\} = 600000$ টাকা।

আবার, B 50,000 টাকা 6 মাস ও $(50,000 - 10,000)$ টাকা বাকি 6 মাস খাটবে।

1 মাস হিসাবে B -এর মূলধন হবে—

$$= \{(50,000 \times 6) + (40,000 \times 6)\} \text{ টাকা} = 5,40,000 \text{ টাকা}$$

দুই বন্ধুর মূলধনের অনুপাত = $600000 : 540000 = 60 : 54 = 10 : 9$

মোট লভ্যাংশ = 19,000 টাকা

$$A\text{-লভ্যাংশ পাবে} = \frac{10}{19} \times \frac{1,000}{19000} = 10,000 \text{ টাকা}$$

$$B\text{-লভ্যাংশ পাবে} = \frac{9}{19} \times \frac{1,000}{19000} = 9,000 \text{ টাকা}$$

3. দুই বন্ধু যথাক্রমে 40,000 টাকা ও 50,000 টাকা দিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করল। তাদের মধ্যে একটি চুক্তি হয় যে, লাভের 50% নিজেদের মধ্যে সমান ভাগে এবং লাভের অবশিষ্টাংশ মূলধনের অনুপাতে ভাগ হবে। প্রথম বন্ধুর লভ্যাংশের পরিমাণ দ্বিতীয় বন্ধুর লভ্যাংশ অপেক্ষা 800 টাকা কম হয় তবে প্রথম বন্ধুর লভ্যাংশের পরিমাণ হিসাব করো।

উত্তরঃ মনে করি, ব্যবসায় x -টাকা লাভ হয়েছিল। লাভের 50% অর্থাৎ $x \times \frac{50}{100} = \frac{x}{2}$ টাকা সমান ভাগে ভাগ করে নেবেন।

এবং অবশিষ্টাংশ $(x - \frac{x}{2}) = \frac{x}{2}$ মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নেবেন।

দুই বন্ধুর মূলধনের অনুপাত = $40,000 : 50,000 = 4 : 5$

$$\text{প্রথম বন্ধু লভ্যাংশ পাবে} = \frac{4}{9} \times \frac{x}{2} = \frac{2x}{9} \text{ টাকা।}$$

$$\text{দ্বিতীয় বন্ধু লভ্যাংশ পাবে} = \frac{5}{9} \times \frac{x}{2} = \frac{5x}{18} \text{ টাকা।}$$

$$\text{প্রথম বন্ধু মোট লভ্যাংশ পাবে} = \left(\frac{2x}{9} + \frac{x}{2} \div 2 \right) = \left(\frac{2x}{9} + \frac{x}{4} \right) = \frac{17x}{36} \text{ টাকা।}$$

$$\text{দ্বিতীয় বন্ধু মোট লভ্যাংশ পাবে} = \left(\frac{5x}{18} + \frac{x}{4} \right) = \frac{19x}{36} \text{ টাকা।}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{19x}{36} - \frac{17x}{36} = 800 \text{ বা, } \frac{2x}{36} = 800 \text{ বা, } x = \frac{36 \times 800}{2} \text{ বা, } x = 14400$$

$$\text{প্রথম বন্ধু মোট লভ্যাংশ পাবে} = \frac{17 \times 14,400}{36} = 6800 \text{ টাকা।}$$



4. পূজা, উত্তম ও মেহের যথাক্রমে 5,000 টাকা, 7000 টাকা ও 10,000 টাকা মূলধন নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করল এই শর্তে (i) কারবার চালানোর জন্য মাসিক খরচ 125 টাকা। (ii) হিসাবপত্র রাখার জন্য পূজা ও উত্তম প্রত্যেকে 200 টাকা পাবে। বছরের শেষে 6960 টাকা লাভ হলে, কে কত টাকা পাবে?

উত্তরঃ পূজা, উত্তম ও মেহের-এর মূলধনের অনুপাত = $5000 : 7000 : 1000 = 5 : 7 : 10$

কারবার চালানোর জন্য মাসিক খরচ 125 টাকা হলে এক বছরে মোট খরচ

$$= (12 \times 125) \text{ টাকা} = 1500 \text{ টাকা}$$

পূজা ও উত্তম মাসে 200 টাকা করে পেলে এক বছরে মোট পাবে = $(2 \times 12 \times 200)$
= 4800 টাকা

অবশিষ্ট লাভ = $\{6960 - (1500 + 4800)\}$ টাকা = $6960 - 6300 = 660$ টাকা

মূলধনের অনুপাতে পূজা লাভ্যাংশ পাবে = $\frac{5}{22} \times \frac{660}{30} = 150$ টাকা

মূলধনের অনুপাতে উত্তম লাভ্যাংশ পাবে = $\frac{7}{22} \times \frac{660}{30} = 210$ টাকা

মূলধনের অনুপাতে মেহের লাভ্যাংশ পাবে = $\frac{10}{22} \times \frac{660}{30} = 300$ টাকা

পূজা মোট লাভ্যাংশ পাবে = $(150 + 12 \times 200) = (150 + 2400) = 2550$ টাকা

উত্তম মোট লাভ্যাংশ পাবে = $(210 + 200 \times 12)$ টাকা = 2610 টাকা।

5. একটি ব্যবসায় তিন বন্ধুর মূলধনের অনুপাত $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ । 4 মাস পরে প্রথম বন্ধু তার মূলধনের অর্ধেক তুলে নেয় এবং তার 8 মাস পরে মোট লাভের পরিমাণ হয় 61,050 টাকা। লাভের থেকে কে কত টাকা পাবে?

উত্তরঃ ধরি, তিন বন্ধুর মূলধনের অনুপাত = $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{2} \times 12 : \frac{1}{3} \times 12 : \frac{1}{4} \times 12 = 6 : 4 : 3$$

তিন বন্ধুর মূলধন যথাক্রমে $6x$ টাকা, $4x$ টাকা, ও $3x$ টাকা (যেখানে $x > 0$)

প্রথম বন্ধুর $6x$ টাকা 4 মাস ও $(6x - 3x) = 3x$ টাকা বাকি 8 মাস এবং অপর দুই বন্ধুর প্রত্যেকের টাকা 12 মাস খাটবে।

এখন 12 মাসের লাভ 1 মাসে পেতে হলে তিন বন্ধুর যে মূলধনের প্রয়োজন তার অনুপাত হল—

$$= (6x \times 4 + 3x \times 8) : (4x \times 12) : (3x \times 12) = 48x : 48x : 36x = 4 : 4 : 3$$



5550

প্রথম বন্ড লভ্যাংশ পাবে = $\frac{4}{14} \times \cancel{61050} = 22200$ টাকা

5550

দ্বিতীয় বন্ড লভ্যাংশ পাবে = $\frac{4}{14} \times \cancel{61050} = 22200$ টাকা

5550

তৃতীয় বন্ড লভ্যাংশ পাবে = $\frac{3}{14} \times \cancel{61050} = 16650$ টাকা

2

বীজগণিত

একচল বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. $x^6 - x^3 - 2 = 0$, সমীকরণটি চলের কোন ঘাতের সাপেক্ষে দ্বি-ঘাত সমীকরণ হবে?

উত্তরঃ $x^6 - x^3 - 2 = 0$ বা, $(x^3)^2 - x^3 - 2 = 0$ বা, $y^2 - y - 2 = 0$ [$\because x^3 = y$ ধরে]

ইহা একটি দ্বিঘাত সমীকরণ

y -এর সাপেক্ষে অর্থাৎ x^3 -এর সাপেক্ষে প্রদত্ত সমীকরণটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে।

2. K -এর কোন মানের জন্য $7x^2 + Kx - 3 = 0$ সমীকরণটির একটি বীজ $\frac{2}{3}$ হবে?

উত্তরঃ $7x^2 - Kx^3 - 3 = 0$

$\therefore$ প্রদত্ত সমীকরণের একটি বীজ $\frac{2}{3}$, সুতরাং, $\frac{2}{3}$ বীজটি প্রদত্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করবে।

$$\therefore 7\left(\frac{2}{3}\right)^2 + K\frac{2}{3} - 3 = 0 \text{ বা, } \frac{28}{9} - \frac{2K}{3} - 3 = 0 \text{ বা, } \frac{28 + 6K - 27}{9} = 0$$

$$\text{বা, } 6K + 1 = 0 \therefore \text{নির্ণয়ে } K\text{-এর মান} = -\frac{1}{6} \text{ বা, } 6K = -1 \text{ বা, } K = -\frac{1}{6}$$

3. $x^2 - (2 + b)x + 6 = 0$ সমীকরণের একটি বীজ 2 হলে অপর বীজটি কত?

উত্তরঃ $x^2 - (2 + b)x + 6 = 0$; একটি বীজ = 2

ধরি, অপর বীজটি = α

$$\text{আমরা জানি, বীজদ্বয়ের গুণফল} = \frac{c}{a} \text{ বা, } 2\alpha = \frac{6}{1} \text{ বা, } \alpha = 3$$

$\therefore$ অপর বীজটি = 3



4. $2x^2 - 7x + 9 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $2x^2 - 7x + 9 = 0$ সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) সমীকরণের সঙ্গে তুলনা

করে পাই, $a = 2, b = -7, c = 9$

নিরূপক $= b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 49 - 72 = -23 < 0$

$\therefore$ সমীকরণের বীজদ্বয় কাল্পনিক হবে।

5. $ax^2 - bx + c = 0$ সমীকরণের বীজ অপরটির দ্বিগুণ হলে প্রমাণ করো $2b^2 = 9ac$.

উত্তরঃ $ax^2 - bx + c = 0$

ধরি একটি বীজ $= \alpha$ অপরটি হল $= 2\alpha$

আমরা জানি, $\alpha + 2\alpha = -\frac{b}{a}$

বা, $3\alpha = -\frac{b}{3a}$ বা, $\alpha = -\frac{b}{3a}$

$\therefore \alpha \cdot 2\alpha = \frac{c}{a}$

বা, $2\alpha^2 = \frac{c}{a}$ বা, $2\left(-\frac{b}{3a}\right)^2 = \frac{c}{a}$ $\left[\because \alpha = -\frac{b}{3a}\right]$ বা, $2\frac{b^2}{9a^2} = \frac{c}{a}$

বা, $2b^2 = 9ac$ (Proved)

6. $x^2 - x + 1 = 0$ সমীকরণের বীজগুলির বর্গ যে সমীকরণের বীজ, সেই সমীকরণটি নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $x^2 - x + 1 = 0$

ধরি প্রদত্ত সমীকরণের বীজ দুটি হল α ও β

$\therefore \alpha + \beta = -\frac{1}{1}; \alpha\beta = \frac{1}{1} = 1$

এখন, $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 - 2 = -1$

$\alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = (1)^2 = 1$

নির্ণেয় দ্বিঘাত সমীকরণটি হল $x^2 = (\alpha^2 + \beta^2)x + 2\beta = 0$ বা, $x^2 + x + 1 = 0$

7. $5x^2 + 2x - 3 = 0$ সমীকরণের দুটি বীজ α ও β হলে—

(i) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$; (ii) $\alpha^2 + \beta^2$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $5x^2 + 2x + 3 = 0$

প্রদত্ত সমীকরণকে $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 5, b = 2, c = -3$

$\therefore 5x^2 + 2x - 3 = 0$



$$\alpha + \beta = -\frac{2}{5}; \quad \alpha\beta = -\frac{3}{5}$$

$$(i) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{\frac{2}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{2}{3}$$

$$(ii) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{4}{25} + \frac{6}{5} = \frac{4+30}{25} = \frac{34}{25}$$

8. $x^2 + 22x - 105 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β হলে, $\alpha - \beta$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $x^2 - 22x + 105 = 0$

সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β $\therefore \alpha + \beta = 22, \alpha\beta = 105$

এখন, $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

বা, $(\alpha - \beta)^2 = (22)^2 - 420$

বা, $(\alpha - \beta)^2 = 484 - 420$

বা, $(\alpha - \beta)^2 = 64$ বা, $\alpha - \beta = \sqrt{64}$ বা, $\alpha - \beta = \pm 8$

9. $Kx^2 + 2x + 3K = 0$ ($K \neq 0$) সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি এবং গুণফল সমান হলে K -এর মান কত?

উত্তরঃ $Kx^2 + 2x + 3K = 0$ ($K \neq 0$)

বীজদ্বয়ের সমষ্টি $= -\frac{2}{K}$ এবং বীজদ্বয়ের গুণফল $= \frac{3K}{K} = 3$

শর্তানুসারে, $-\frac{2}{K} = 3$ বা, $3K = -2$ বা, $K = -\frac{2}{3}$

10. $x^2 - x = K(2x - 1)$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমষ্টি শূন্য হলে K -এর মান কত?

উত্তরঃ $x^2 + x = K(2x - 1)$ বা, $x^2 - x = 2Kx - K$ বা, $x^2 - x - 2Kx + K = 0$

বা, $x^2 - x(1 + 2K) + K = 0$

শর্তানুসারে, $1 + 2K = 0$ বা, $2K = -1$ বা, $K = -\frac{1}{2}$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৩

1. সমাধান করো:

(i) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$ [$\because x \neq 3, -5$]

(ii) $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{12}$ [$\because x \neq 0, -1$]

(iii) $(2x+1) + \frac{3}{2x+1} = 4$ [$\because x \neq -\frac{1}{2}$]



$$(iv) \frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x} [\because x \neq 0, -(a+b)]$$

$$(v) \frac{1}{x} - \frac{1}{x+b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} [\because x \neq 0, -b]$$

$$(vi) \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{1}{6} [\because x \neq 1, 2, 3, 4]$$

উত্তরঃ (i) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$ বা, $\frac{x+5-x-3}{(x-3)(x+5)} = \frac{1}{6}$ বা, $\frac{8}{x^2+2x-15} = \frac{1}{6}$

বা, $x^2+2x-15=48$ বা, $x^2+2x-63=0$

বা, $x^2+9x-7x-63=0$ বা, $(x+9)-7(x+9)=0$

বা, $(x+9)(x-7)=0$

হয়, $x+9=0$ অথবা, $x-7=0$

বা, $x=-9$ বা, $x=7$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=7, -9$

(ii) $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{12}$ বা, $\frac{x^2+(x+1)^2}{x(x+1)} = \frac{25}{12}$

বা, $\frac{x^2+x^2+2x+1}{x^2+x} = \frac{25}{12}$ বা, $\frac{2x^2+2x+1}{x^2+x} = \frac{25}{12}$

বা, $25x^2+25x=24x^2+24x+12$ বা, $x^2+x-12=0$

বা, $x^2+4x-3x-12=0$ বা, $x(x+4)-3(x+4)=0$ বা, $(x+4)(x-3)=0$

হয়, $x+4=0$ অথবা, $x-3=0$

বা, $x=-4$ বা, $x=3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=3, -4$

(iii) $(2x+1) + \frac{3}{2x+1} = 4$

বা, $\frac{(2x+1)^2+3}{2x+1} = 4$

বা, $4x^2+4x+1+3=8x+4$

বা, $4x^2-4x=0$

বা, $4x(x-1)=0$

হয়, $4x=0$ অথবা, $x-1=0$

বা, $x=0$ বা, $x=1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=1, 0$



$$(iv) \frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \frac{\cancel{x} - a - b - \cancel{x}}{x(a+b+x)} = \frac{b+a}{ab}$$

$$\text{বা, } x^2 + ax + bx = -ab$$

$$\text{বা, } x(x+a) + b(x+a) = 0$$

$$\text{হয়, } x+a=0$$

$$\text{বা, } x=-a$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x=-a, -b$$

$$(v) \frac{1}{x} - \frac{1}{x-b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{x+b} \quad \text{বা, } \frac{\cancel{x} + b - \cancel{x}}{x(x-b)} = \frac{a+b-\cancel{a}}{a(a+b)}$$

$$\text{বা, } \frac{b}{x^2-bx} = \frac{b}{a^2-ab}$$

$$\text{বা, } x^2 + bx - a^2 - ab = 0$$

$$\text{বা, } (x^2 - a^2) + bx - ab = 0$$

$$\text{বা, } (x+a)(x-a) + b(x-a) = 0$$

$$\text{বা, } (x+a)(x-a) + b(x-a) = 0$$

$$\text{হয়, } x-a=0$$

$$\text{বা, } x=a$$

$$\text{অথবা, } x+a+b=0$$

$$\text{বা, } x+a+b=0$$

$$\text{বা, } x=-(a+b)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x=a, -(a+b)$$

$$(vi) \frac{1}{(x-b)(x-b)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{\cancel{1}}{\cancel{(x-2)}(x-1)} - \frac{1}{(x-1)} + \frac{\cancel{1}}{\cancel{(x-3)}(x-2)} - \frac{\cancel{1}}{\cancel{(x-2)}(x-1)} + \frac{1}{(x-4)} - \frac{\cancel{1}}{\cancel{(x-3)}(x-2)} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{(x-4)} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{\cancel{x} - 1 - \cancel{x} + 4}{(x-4)(x-1)} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{3}{x^2-5x+4} = \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + 4 = 18$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 7x + 2x - 14 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-7) + 2(x-7) = 0$$

$$\text{বা, } (x-7)(x+2) = 0$$



$$\text{হয়, } x - 7 = 0 \quad \text{অথবা, } x + 2 = 0$$

$$\text{বা, } x = 7 \quad \text{বা, } x = -2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান } x = -2, 7$$

2. কলমের মূল্য প্রতি ডজনে 6 টাকা কমলে 30 টাকায় আরও 3টি বেশি কলম পাওয়া যাবে। কথার পূর্বে প্রতি ডজন কলমের মূল্য নির্ণয় করো।

উত্তরঃ মনে করি, প্রতি ডজন কলমের বর্তমান মূল্য x টাকা।

$$30 \text{ টাকায় কলম পাওয়া যায় } \frac{30}{x} \text{ ডজন।}$$

কলমের মূল্য প্রতি ডজন 6 টাকা কমলে প্রতি ডজন কলমের মূল্য হবে $(x - 6)$ টাকা।

$$\text{এখন, } 30 \text{ টাকায় কলম পাওয়া যাবে } \frac{30}{x - 6} \text{ ডজন।}$$

শর্তানুসারে,

$$\frac{30}{x - 6} - \frac{30}{x} = \frac{3}{4} \quad \text{বা, } \frac{30x - 30(x - 6) + 180}{x(x - 6)} = \frac{1}{4} \quad \text{বা, } \frac{180}{x^2 - 6x} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x = 720$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x - 720 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 30x + 24x - 720 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 30) + 24(x - 30) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 30)(x + 24) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 30 = 0 \quad \text{অথবা, } x + 24 = 0$$

$$\text{বা, } x = 30 \quad \text{বা, } x = -24 \text{ (বর্জনীয়)}$$

$$\therefore \text{প্রতি ডজন কলমের বর্তমান মূল্য } 30 \text{ টাকা।}$$

অনুপাত ও সমানুপাত

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. $A : B = 3 : 4$, $B : C = 2 : 3$ হলে $A : B : C$ মান নির্ণয়করো।

$$\text{উত্তরঃ } A : B = \frac{3}{4} = \frac{3 \times 1}{4 \times 1} = \frac{3}{4} \quad B : C = \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

$$\therefore A : B : C = 3 : 4 : 6$$

2. $p : q = 5 : 7$ এবং $p - q = -4$ হলে, $3p + 4q$ -এর মান কত?

$$\text{উত্তরঃ } p = 5k, q = 7k \text{ (} k \neq 0 \text{)}$$



$$\therefore p - q = -4 \text{ বা, } 5k - 7k = -4 \text{ বা, } -2k = -4 \text{ বা, } 2k = 4 \text{ বা, } k = \frac{4}{2} = 2$$

$$\therefore p = 5 \times 2 = 10$$

$$p = 7 \times 2 = 14$$

$$\therefore 3p + 4q = 3 \times 10 + 4 \times 14 = 30 + 56 = 86$$

3. $(5x - 3y) : (2x + 4y) = 11 : 12$ হলে, $x : y =$ কত?

উত্তরঃ $(5x - 3y) : (2x + 4y) = 11 : 12$ বা, $\frac{5x - 3y}{2x + 4y} = \frac{11}{12}$

বা, $60x - 36y = 22x + 44y$ বা, $60x - 22y = 44y + 36y$

বা, $38x = 80y$ বা, $\frac{x}{y} = \frac{80}{38}$ বা, $x : y = 40 : 19$

19

4. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{2a - 3b + 4c}{P}$ হলে, P -এর মান কত?

উত্তরঃ $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{2a - 3b + 4c}{P} = K$ (ধরি, $K \neq 0$)

$$\therefore a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

আবার, $\frac{2a - 3b + 4c}{P} = K$ বা, $\frac{2 \cdot 2k - 3 \cdot 3k + 4 \cdot 4k}{P} = K$

বা, $\frac{4k - 9k + 16k}{P} = K$ বা, $\frac{11k}{P} = K$ বা, $P \cdot K = 11K$

বা, $P = \frac{11K}{K}$ বা, $P = 11$

$$\therefore \text{নির্ণেয় } P\text{-এর মান} = 11$$

5. $a : b = 3 : 2$ এবং $b : c = 3 : 2$ হলে, $a + b : b + c$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $a : b = 3 : 2$; $b : c = \frac{3}{2}$

বা, $\frac{a}{b} = \frac{3 \times 3}{2 \times 3}$ বা, $\frac{b}{c} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2}$ বা, $\frac{a}{b} = \frac{9}{6}$ বা, $\frac{b}{c} = \frac{6}{4}$

$$\therefore a : b : c = 9 : 6 : 4$$

ধরি, $a = 9k, b = 6k, c = 4k$ ($\because k \neq 0$)

এখন, $a + b : b + c = (9k + 6k) : (6k + 4k) = 15k : 10k = 15 : 10 = 3 : 2$



6. ধনাত্মক সংখ্যা এবং $a : \frac{27}{64} = \frac{3}{4} : a$ হলে, a -এর মান কত?

Ans. $a : \frac{27}{64} = \frac{3}{4} : a$

বা, $\frac{a}{\frac{27}{64}} = \frac{\frac{3}{4}}{a}$ বা, $a^2 = \frac{3}{4} \times \frac{27}{64}$ বা, $a = \sqrt{\frac{3 \times 27}{4 \times 64}}$ বা, $a = \frac{9}{16}$ ($a > 0$)

7. $\frac{x}{1-x} + \frac{y}{1-y} + \frac{z}{1-z} = 1$ হলে, $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-y} + \frac{1}{1-z}$ -এর মান কত?

Ans. $\frac{x}{1-x} + \frac{y}{1-y} + \frac{z}{1-z} = 1$

বা, $\left(\frac{x}{1-x} + 1\right) + \left(\frac{y}{1-y} + 1\right) + \left(\frac{z}{1-z} + 1\right) = 3 + 1$

বা, $\left(\frac{x+1-x}{1-x}\right) + \left(\frac{y+1-y}{1-y}\right) + \left(\frac{z+1-z}{1-z}\right) = 4$

বা, $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-y} + \frac{1}{1-z} = 4$

প্রতিটি প্রশ্নের মান-3

1. a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতী হলে প্রমাণ করো যে, $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{b^2 - a^2} + \frac{1}{b^2 - c^2}$

a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী $\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ ($\neq 0$, ধ্রুবক)

$\therefore a = bk = ck \cdot k = ck^2 \therefore b = ck$

R.H.S. $= \frac{1}{b^2 - a^2} + \frac{1}{b^2 - c^2} = \frac{1}{c^2 k^2 - c^2 k^4} + \frac{1}{c^2 k^2 - c^2} = \frac{1}{c^2 k^2 (1 - k^2)} + \frac{1}{c^2 (k^2 - 1)}$
 $= \frac{(1 - k^2)}{c^2 k^2 (1 - k^2)} = \frac{1}{c^2 k^2} = \frac{1}{b^2} = \text{L.M.S. (Proved)}$

2. যদি a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী হলে প্রমাণ করো যে,

$$a^2 b^2 c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{a^3} + \frac{1}{c^3} \right) = a^3 + b^3 + c^3$$

উত্তরঃ a, b, c ক্রমিক সমানুপাতী $\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ ($\neq 0$, ধ্রুবক)

$\therefore a = bk = ck \cdot k = ck^2 \therefore b = ck$



$$\begin{aligned} \text{L.H.S } a^2b^2c^2 \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{a^3} + \frac{1}{c^3} \right) &= c^2k^4 \cdot c^2k^2 \cdot c^2 \left(\frac{1}{c^3k^6} + \frac{1}{c^3k^3} + \frac{1}{c^3} \right) \\ &= \cancel{c^3} \cancel{k^6} \left(\frac{1+k^3+k^6}{\cancel{c^3} \cancel{k^6}} \right) = c^3(1+k^3+k^6) \end{aligned}$$

$$\text{R.H.S.} = a^3 + b^3 + c^3 = c^3k^6 + c^3k^3 + c^3 = c^3(k^6 + k^3 + 1) = c^3(1 + k^3 + k^6)$$

∴ L.H.S. = R.H.S. (Proved)

3. $\frac{x}{y} = \frac{a-2}{a-2}$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \frac{4a}{a^2+4}$

উত্তরঃ $\frac{x}{y} = \frac{a+2}{a-2}$ বা, $\left(\frac{x}{y} \right)^2 = \left(\frac{a+2}{a-2} \right)^2$ (উভয়পক্ষকে বর্গ করে)

বা, $\frac{x^2}{y^2} = \frac{(a-2)^2}{(a-2)^2}$

বা, $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{(a+2)^2 + (a-2)^2}{(a+2)^2 - (a-2)^2}$ (যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া করে)

বা, $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{2\{a^2+4\}}{4 \cdot a \cdot 2}$

[∵ $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$; $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$]

বা, $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \frac{4a}{a^2+4}$ (Proved)

4. $x = \frac{8a}{a+b}$ হলে, $\left(\frac{x+4a}{x-4a} + \frac{x+4b}{x-4b} \right)$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $x = \frac{8a}{a+b}$ বা, $x = \frac{4a \cdot 2b}{a+b}$ বা, $\frac{x}{4a} = \frac{2b}{a+b}$

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$ (যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া করে)

বা, $\frac{x+4a}{x-4a} = \frac{3b+a}{b-a} \quad \dots (i)$

আবার, $x = \frac{8ab}{a+b}$ বা, $x = \frac{4b \cdot 2a}{a+b}$ বা, $\frac{x}{4b} = \frac{2a}{a+b}$

বা, $\frac{x+4b}{x-4b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b}$ (যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া)

বা, $\frac{x+4b}{x-4b} = \frac{3a+b}{a-b} \quad \dots (ii)$



(i) + (ii) করে পাই,

$$\begin{aligned}\frac{x+4a}{x-4a} &= \frac{x+4b}{x-4b} = \frac{3b+a}{b-a} + \frac{3a+b}{a-b} \\ &= \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} = \frac{3b+a-3a-b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{(b-a)} = 2\end{aligned}$$

5. $\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1$ হলে, দেখাও যে, $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1$

উত্তরঃ $\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1$

$$a^2 = b+c; b^2 = c+a; c^2 = a+b$$

$$\text{L.H.S. } \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$$

$$= \frac{a}{a+a^2} + \frac{b}{b+b^2} + \frac{c}{c+c^2}$$

$$= \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+a} + \frac{c}{c+a+b}$$

$$= \frac{(a+b+c)}{(a+b+c)} = 1 = \text{R.H.S. (Proved)}$$

6. $\frac{x^2-yz}{a} = \frac{y^2-zx}{b} = \frac{z^2-xy}{c}$ হলে, দেখাও যে
 $(a+b+c)(x+y+z) = ax+by+cz$

উত্তরঃ $\frac{x^2-yz}{a} = \frac{y^2-zx}{b} = \frac{z^2-xy}{c} = \frac{1}{k}$ (ধরি, $k \neq 0$)

$$\therefore a = k(x^2 - yz); b = k(y^2 - zx); c = k(z^2 - xy)$$

$$\begin{aligned}\text{L.H.S., } (a+b+c)(x+y+z) &= k(x^2 - yz + y^2 - zx + z^2 - xy)(x+y+z) \\ &= k(x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ &= k(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{R.H.S. } ax + by + cz &= k(x^2 - yz) \cdot x + k(y^2 - zx) \cdot y + k(z^2 - xy) \cdot z \\ &= k(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \text{R.H.S. (Proved)}$$



7. যদি $\frac{ay - bx}{c} = \frac{cx - az}{b} = \frac{bz - cy}{a}$ হবে, প্রমাণ করো, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

উত্তরঃ $\frac{ay - bx}{c} = \frac{cx - az}{b} = \frac{bz - cy}{a}$

$$\therefore \frac{c(ay - bx)}{c^2} = \frac{b(cx - az)}{b^2} = \frac{a(bz - cy)}{a^2}$$

$$= \frac{c(ay - bx) + b(cx - az) + a(bz - cy)}{c^2 + b^2 + a^2} = 0 \text{ (সংযোজন প্রক্রিয়ার সাহায্যে)}$$

সুতরাং, $\frac{ay - bx}{c} = 0$ বা, $ay - bx = 0$ বা, $ay = bx$ বা, $\frac{y}{b} = \frac{x}{a}$

আবার, $\frac{cx - az}{b} = 0$ বা, $cx = az$ বা, $\frac{x}{a} = \frac{z}{c}$.

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \text{ (Proved)}$$

8. $\frac{x}{y - z} = \frac{y}{z - x} = \frac{z}{x + y}$ হয়, তবে প্রমাণ করো

প্রতিটি অনুপাতের মান $\frac{1}{2}$ অথবা, (-1) -এর সমান।

উত্তরঃ $\frac{x}{y + z} = \frac{y}{z + x} = \frac{z}{x + y} = k$ (ধরি, $k \neq 0$)

$$\therefore x = k(y + z), y = k(z + x), z = k(x + y)$$

এখন, $x + y + z = k(y + z + z + x + x + y)$ বা, $(x + y + z) = 2k(x + y + z)$

বা, $(x + y + z)(1 - 2k) = 0$

হয়, $x + y + z = 0$ অথবা, $1 - 2k = 0$ বা, $k = \frac{1}{2}$

$$\therefore \text{প্রত্যেকটি অনুপাত} = \frac{1}{2}$$

আবার, $x + y + z = 0$ হলে, $y + z = -x$

$$\frac{x}{y + z} = \frac{x}{-x} = -1$$

আবার, $z + x = -y$

$$\therefore \frac{y}{z - x} = \frac{y}{-y} = -1 \text{ এবং } \frac{z}{x + y} = \frac{z}{-z} = -1$$

$$\frac{x}{y - z} = \frac{y}{z - x} = \frac{z}{x + y} \text{ প্রতিটি অনুপাতের মান } \frac{1}{2} \text{ অথবা } (-1) \text{ -এর সমান।}$$



9. যদি $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = 1$ হলে, দেখাও যে, $\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 0$

Ans. $\frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b}$

$$= \left(\frac{a^2}{b+c} + a \right) + \left(\frac{b^2}{c+a} + b \right) + \left(\frac{c^2}{a+b} + c \right) - (a+b+c)$$

$$= \frac{a^2 + a(b+c)}{b+c} + \frac{b^2 + b(c+a)}{c+a} + \frac{c^2 + c(a+b)}{a+b} - (a+b+c)$$

$$= \frac{a(a+b+c)}{b+c} + \frac{b(a+b+c)}{c+a} + \frac{c(a+b+c)}{a+b} - (a+b+c)$$

$$= (a+b+c) \left[\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} - 1 \right]$$

$$= (a+b+c)[1-1] \left[\because \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1 \right] = 0 \text{ (Proved)}$$

10. যদি $a + \frac{1}{b} = 1$, $b + \frac{1}{c} = 1$, হয়, দেখাও যে, $c + \frac{1}{a} = 1$

উত্তরঃ $a + \frac{1}{b} = 1$ বা, $a = 1 - \frac{1}{b} = \frac{b-1}{b}$ বা, $\frac{1}{a} = \frac{b}{b-1}$

আবার, $b + \frac{1}{c} = 1$ বা, $\frac{1}{c} = 1 - b$ বা, $c = \frac{1}{1-b}$

$$\therefore c + \frac{1}{a} = \frac{1}{1-b} + \frac{b}{b-1} = \frac{1}{1-b} - \frac{b}{1-b} = \frac{(1-b)}{(1-b)} = 1$$

$$\therefore c + \frac{1}{a} = 1 \text{ (Proved)}$$

দ্বিঘাত করণী

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. $(\sqrt{3} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{3}) = 25 - x^2$ একটি সমীকরণ হলে x -এর মান কত?

উত্তরঃ $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 25 - x^2$ বা, $(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 25 - x^2$

বা, $5 - 3 = 25 - x^2$ বা, $2 = 25 - x^2$ বা, $2 - 25 = -x^2$ বা, $-23 = -x^2$

বা, $x^2 = 23$ বা, $x = \pm \sqrt{23}$

$\therefore x$ -এর মান $= \pm \sqrt{23}$



2. $(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \div \sqrt{7} = \frac{1}{7}(\sqrt{35} + a)$ হলে সমীকরণ হলে x -এর মান কত?

উত্তরঃ $(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \div \sqrt{7} = \frac{1}{7}(\sqrt{35} + a)$

বা, $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{7}(\sqrt{35} + a)$ বা, $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{7}(\sqrt{35} + a)$

বা, $\frac{(\sqrt{35} + \sqrt{14})}{\cancel{7}} = \frac{1}{\cancel{7}}(\sqrt{35} + a)$ বা, $\sqrt{14} = a$ বা, $a = \sqrt{14}$

$\therefore a$ -এর মান = $\sqrt{14}$

3. $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$ এর সরলতম মান নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$

$= \cancel{\sqrt{2}} - 1 + \cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{2}} + \sqrt{4} - \cancel{\sqrt{3}} = -1 + \sqrt{4} = -1 + 2 = 1$

4. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ এবং $(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ -এর মধ্যে কোন্টি বৃহত্তম?

উত্তরঃ $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = 5 + 3 + 2\sqrt{15} = 8 + 2\sqrt{15}$

$(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 6 + 2 + 2\sqrt{12} = 8 + 2\sqrt{12}$

$\therefore \sqrt{15} > \sqrt{12}$, সুতরাং, $8 + 2\sqrt{15} > 8 + 2\sqrt{12}$

$\therefore (\sqrt{5} + \sqrt{3})$ সংখ্যাটি বড়ো।

5. $x = 7 + 4\sqrt{3}$ হলে, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ -এর মান নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $x = 7 + 4\sqrt{3}$ বা, $x = 4 + 3 + 4\sqrt{3}$

বা, $x = (2)^2 + (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$ বা, $x = (2 + (\sqrt{3}))^2$

$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} + \frac{1}{\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}}$

$= 2 + \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 + \cancel{\sqrt{3}} + 2 - \cancel{\sqrt{3}} = 4$



6. $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ -এর করণী নিরসক উৎপাদক দুটি কী কী?

উত্তরঃ $\sqrt{8} - \sqrt{5}$ -এর দুটি করণী নিরসক উৎপাদক হল $-\sqrt{8} - \sqrt{5}$ ও $\sqrt{8} + \sqrt{5}$

7. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}, y = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ হলে, $(x + y)^2 + (x - y)^2$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}, y = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$$\therefore x + y = \sqrt{3} + \cancel{\sqrt{2}} + \sqrt{3} - \cancel{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$x - y = \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} - \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore (x + y)^2 + (x - y)^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 12 + 8 = 20$$

8. সরল করো: $\frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}}$

$$\begin{aligned} \text{উত্তরঃ } \frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}} &= \frac{3 \cdot 2\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{3 \cdot 3\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{3} + 3\sqrt{5}} \\ &= \frac{6\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{9\sqrt{2} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{5}} = \frac{2(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5})}{3(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5})} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৩

1. সরল করো: $\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$

$$\begin{aligned} \text{উত্তরঃ } \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{3\sqrt{7}(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{5 - 2} - \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{7 - 2} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{7 - 5} \\ &= \sqrt{7}(\sqrt{5} - \sqrt{2}) - \sqrt{5}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) + \sqrt{2}(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \\ &= \cancel{\sqrt{35}} - \cancel{\sqrt{14}} - \cancel{\sqrt{35}} - \cancel{\sqrt{10}} + \cancel{\sqrt{14}} - \cancel{\sqrt{10}} = 0 \end{aligned}$$

2. সরল করো: $\frac{4\sqrt{3}}{2 - \sqrt{2}} - \frac{30}{4\sqrt{3} - \sqrt{18}} - \frac{\sqrt{18}}{3 - 2\sqrt{3}}$



উত্তরঃ
$$\frac{4\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}} - \frac{30}{4\sqrt{3}-\sqrt{18}} - \frac{\sqrt{18}}{3-2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(2+\sqrt{2})}{4-2} - \frac{30(4\sqrt{3}+\sqrt{18})}{48-18} - \frac{3\sqrt{2}(3+2\sqrt{3})}{9-12} \quad [\because (4\sqrt{3})^2=48]$$

$$= 2\sqrt{3}(2+\sqrt{2}) - (4\sqrt{3}+3\sqrt{2}) + \sqrt{2}(3+2\sqrt{3})$$

$$= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

3. যদি $x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ এবং $y = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ হয়, তবে প্রমাণ করো—

(a) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$ (b) $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2+xy+y^2} = \frac{13}{15}$ (c) $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 52$

উত্তরঃ $x+y = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$$= \frac{2\{(\sqrt{3})^2 + (1)^2\}}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{2(3+1)}{3-1} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

$$x-y = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$xy = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = 1$$

(a) L.H.S. $= \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{(x+y)(x-y)}$

$$= \frac{(4)^2 - 2}{4 \times 2\sqrt{3}} = \frac{14}{8\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{3}}{8 \times 3} = \frac{7\sqrt{3}}{12} \text{ R.H.S. (Proved)}$$

(b) L.H.S. $= \frac{x^2-xy+y^2}{x^2+xy+y^2} = \frac{(x+y)^2 - 3xy}{(x+y)^2 - xy} = \frac{4^2 - 3}{4^2 - 1} = \frac{13}{15} = \text{R.H.S. (Proved)}$

(c) L.H.S. $= \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = \frac{x^3+y^3}{xy} = \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{xy}$

$$= \frac{(4)^3 - 3 \times 1 \times 4}{1} = 64 - 12 = 52 = \text{R.H.S. (Proved)}$$



4. $\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$ -এর সরলফল 14 হলে x -এর মান কী হবে?

উত্তরঃ
$$\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^2 - (x - \sqrt{x^2 - 1})^2}{(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1})}$$

$$= \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^2 + (x - \sqrt{x^2 - 1})^2}{(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1})} = \frac{2(x^2 + x^2 - 1)}{x^2 - (x^2 - 1)}$$

$$= \frac{2(2x^2 - 1)}{1} = 4x^2 - 2$$

শর্তানুসারে, $4x^2 - 2 = 14$ বা, $4x^2 = 16$ বা, $x^2 = 4$ বা, $x = \pm 4$

$\therefore x$ -এর মান $= \pm 2$

5. $x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ এবং $xy = 1$ হলে দেখাও $\frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} = \frac{12}{11}$

উত্তরঃ $x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ $xy = 1$ বা, $y = \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$

$$x + y = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(7 + 3)}{7 - 3} = \frac{2 \times 10}{4} = 5$$

$$\text{L.H.S. } \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 + xy + y^2} = \frac{x^2 + y^2 + xy}{x^2 + y^2 - xy} = \frac{(x + y)^2 - 2xy + xy}{(x + y)^2 - 2xy - xy}$$

$$= \frac{(5)^2 - 2 + 1}{(5)^2 - 2 - 1} = \frac{25 - 1}{25 - 3} = \frac{24}{22} = \frac{12}{11} \text{ R.H.S. (Proved)}$$

6. $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $1 + x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ বা, $1 + x = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ বা, $1 + x = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{4}$

বা, $1 + x = \frac{3 + 1 + 2\sqrt{3}}{4}$ বা, $1 + x = \frac{(\sqrt{3})^2 + (1)^2 + 2\sqrt{3} \cdot 1}{4}$



$$\text{বা, } 1+x = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2} \right)^2 \text{ বা, } \sqrt{1+x} = \frac{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{4}}{\frac{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}{4}} \therefore \sqrt{1-x} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} &= \frac{\frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{\sqrt{3}-1}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}+1 - \sqrt{3} + 1}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1}{2}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

7. $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}, y = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ হলে $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}, y = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} &= \frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{3-\sqrt{3}} \\ &= \frac{3-\sqrt{3}+3+\sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} = \frac{6}{(3)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{6}{9-3} = \frac{6}{6} = 1 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

9. $x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}}$, হলে, দেখাও $x^2 - x + 1 = 0$

$$\text{Ans. } \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{5-1} = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2$$

$$\therefore \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

সুতরাং, $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

বা, $2x = \sqrt{5}+1$ বা, $2x-1 = \sqrt{5}$ বা, $(2x-1)^2 = (\sqrt{5})^2$ (উভয়পক্ষকে বর্গ করে)

বা, $4x^2 - 4x + 1 = 5$ বা, $4x^2 - 4x - 4 = 0$ বা, $x^2 - x - 1 = 0$ (Proved)



3

ভেদ

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. $x \propto y$ হলে, প্রমাণ করো $x + y \propto x - y$ ।

উত্তরঃ $x \propto y$

বা, $x = ky$ (যেখানে k অশূন্য ভেদ ধ্রুবক)

$$\text{বা, } \frac{x}{y} = k$$

$$\text{বা, } \frac{x+y}{x-y} = \frac{k+1}{k-1} \text{ (যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া করে)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+y}{x-y} = \text{অশূন্য ধ্রুবক}$$

$$\therefore x + y \propto x - y \text{ (Proved)}$$

2. যৌগিক ভেদের উপপাদ্যটি বিবৃতি করো।

উত্তরঃ x, y , তিনটি চল এরূপ যে $x \propto y$ যখন z ধ্রুবক এবং $x \propto z$ যখন y ধ্রুবক। তাহলে $x \propto yz$ হবে, যখন y ও z উভয়ই পরিবর্তনশীল।

3. যদি $\frac{x}{y} \propto x + y$ এবং $\frac{y}{x} \propto x - y$ হয়

তবে প্রমাণ করো $x^2 - y^2 = \text{ধ্রুবক (constant)}$ ।

উত্তরঃ $\frac{x}{y} \propto x + y$ বা, $\frac{x}{y} = k_1(x + y)$ [$\because k_1$ অশূন্য ধ্রুবক]

আবার, $\frac{y}{x} \propto x - y$ বা, $\frac{y}{x} = k_2(x - y)$ [$\because k_2$ অশূন্য ধ্রুবক]

$$\text{সুতরাং, } \frac{x}{y} \times \frac{y}{x} = k_1(x + y) \times k_2(x - y) \text{ বা, } 1 = k_1 k_2 (x^2 - y^2) \text{ বা, } x^2 - y^2 = \frac{1}{k_1 k_2}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = \text{ধ্রুবক} \left(\because \frac{1}{k_1 k_2} = \text{ধ্রুবক} \right) \text{ (প্রমাণিত)}$$

4. $x^2 \propto yz, y^2 \propto zx$ এবং $z^2 \propto xy$ হলে,

প্রমাণ করো ভেদ ধ্রুবক তিনটির গুণফল = 1.

উত্তরঃ $x^2 \propto yz$ বা, $x^2 = k_1 yz$; $y^2 \propto zx$ বা, $y^2 = k_2 zx$; $z^2 \propto xy$ বা, $z^2 = k_3 xy$

($\because$ যেখানে k_1, k_2, k_3 হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক।)



$$\text{সুতরাং, } x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = k_1 yz \cdot k_2 zx \cdot k_3 xy$$

$$\text{বা, } x^2 y^2 z^2 = k_1 k_2 k_3 \cdot x^2 y^2 z^2 \text{ বা, } k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 1 \text{ (Proved)}$$

5. অনুবৃপ প্রশ্ন: $x \propto y, y \propto z$ এবং $z \propto x$ হলে, প্রমাণ করো ভেদ ধ্রুবক তিনটির গুণফল = 1

উত্তর: নিজে করো।

6. $x \propto yz, y \propto zx$ হলে, দেখাও যে, z একটি অশূন্য ধ্রুবক।

$$\text{উত্তর: } x \propto yz \quad y \propto zx$$

$$\text{বা, } x = k_1 yz \quad \text{বা, } y = k_2 zx \text{ (}\therefore \text{ যেখানে } k_1, k_2 \text{ হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক)}$$

$$\text{সুতরাং, } x \times y = k_1 yz \times k_2 zx$$

$$\text{বা, } xy = k_1 k_2 yxz^2$$

$$\text{বা, } 1 = k_1 k_2 z^2 \text{ বা, } z^2 = \frac{1}{k_1 k_2} \text{ বা, } z = \frac{1}{\sqrt{k_1 k_2}} \text{ বা, } z = \text{অশূন্য ধ্রুবক (প্রমাণিত)}$$

7. $a \propto b$ এবং $b \propto c$ হলে, প্রমাণ করো $a^3 + b^3 + c^3 \propto 3abc$

$$\text{উত্তর: } a \propto b \text{ বা, } a = kb = klc$$

$$\text{আবার, } b \propto c \text{ বা, } b = lc \text{ (}\therefore k, l \text{ হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক)}$$

$$\text{এখন, } \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc} = \frac{k^3 l^3 c^3 + l^3 c^3 + c^3}{3 \cdot klc \cdot lc \cdot c} = \frac{c^3 (k^3 l^3 + l^3 + 1)}{3 l^2 k \cdot c^3}$$

$$= \frac{k^3 l^3 + l^3 + 1}{3 l^2 k} = \text{ধ্রুবক [}\therefore l \text{ ও } k \text{ উভয়ই ধ্রুবক]}$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 \propto 3abc \text{ (proved)}$$

8. $x \propto y$ হলে, প্রমাণ করো $x^n \propto y^n$ ।

$$\text{উত্তর: } x \propto y \text{ বা, } x = ky \text{ [}\therefore k \text{ হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]}$$

$$\text{বা, } x^n = k^n y^n \text{ বা, } x^n = k_1 y^n \text{ [}\therefore k_1 = k^n \text{ হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]}$$

$$\text{বা, } x^n \propto y^n \text{ (Proved)}$$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর প্রতিটি প্রশ্নের মান-৩

1. y, x -এর বর্গমূলের সঙ্গে সরলভেদে আছে, এবং $y = 9$ যখন $x = 9$; x -এর মান নির্ণয় করো, যখন $y = 6$ ।

উত্তর: y, x -এর সঙ্গে বর্গমূলের সঙ্গে সরলভেদে আছে।

$$\therefore y \propto \sqrt{x}$$



বা, $y = k\sqrt{x}$ [k হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক।]

প্রদত্ত, $y = 9$, যখন $x = 9$

$$\therefore 9 = k\sqrt{9} \text{ বা, } k = \frac{9}{3} = 3$$

সুতরাং, $y = 3\sqrt{x}$

আবার, যখন $y = 6$

$$\therefore 6 = 3\sqrt{x} \text{ বা, } 2 = \sqrt{x} \text{ বা, } 4 = x \text{ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে।] বা, } x = 4$$

$\therefore$ নির্ণেয় x -এর মান = 4

2. x, y -এর সাথে সরলভেদে z -এর সঙ্গে ব্যস্ত ভেদে আছে। $y = 4, z = 5$ হলে, $z = 5$ হলে $x = 3$ । আবার, $y = 16, z = 20$ হলে, x -এর মান কত?

উত্তরঃ $x \propto y$ যখন z ধ্রুবক

আবার, $x \propto \frac{1}{z}$ যখন, y ধ্রুবক।

$\therefore x \propto \frac{y}{z}$ [যখন y ও z উভয়ই পরিবর্তনশীল।]

বা, $x = k \cdot \frac{y}{z} \dots$ (i) [k হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]

প্রদত্ত $x = 3, y = 4, z = 5$

$$\therefore 3 = k \cdot \frac{4}{5} \text{ বা, } k = \frac{15}{4}$$

(i) নং k -এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{15}{4} \cdot \frac{y}{z}$$

আবার, যখন $y = 16, z = 30$

$$\therefore x = \frac{15 \times 16}{4 \times 30} = 2$$

$\therefore$ নির্ণেয় x -এর মান 2

3. $x + y \propto x - y$ হলে দেখাও যে, (i) $x^2 + y^2 \propto xy$, (ii) $x^3 + y^3 \propto x^3 - y^3$

উত্তরঃ $x + y \propto x - y$

বা, $x + y = k(x + y)$ [k -হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]

বা, $\frac{x + y}{x - y} = k$ বা, $\frac{x + y + x - y}{x + y - x + y} = \frac{k + 1}{k - 1}$ [যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া করে]

বা, $\frac{x}{y} = m$ [যেখানে $m = \frac{k + 1}{k - 1}$ অশূন্য ধ্রুবক] বা, $x = my$

(i) এখন, $\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{m^2x^2 + y^2}{my \cdot y} = \frac{m^2 + 1}{m} =$ অশূন্য ধ্রুবক।



$$\therefore x^2 + x^2 \propto xy \text{ (Proved)}$$

$$(ii) \frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3} = \frac{m^3 x^3 + y^3}{m^3 x^3 - y^3} = \frac{m^3 + 1}{m^3 - 1} = \text{অশূন্য ধ্রুবক।}$$

$$\therefore x^3 + y^3 \propto x^3 - y^3 \text{ (Proved)}$$

4. $P^2 + Q^2 \propto PQ$ হলে প্রমাণ করো $(P + Q) \propto (P - Q)$

উত্তরঃ $P^2 + Q^2 \propto PQ$ বা, $P^2 + Q^2 = KPQ$ [K -হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]

$$\text{বা, } \frac{P^2 + Q^2}{PQ} = K$$

$$\text{বা, } \frac{P^2 + Q^2}{2PQ} = \frac{K}{2} \text{ বা, } \frac{p^2 + q^2 + 2pq}{p^2 + q^2 - 2pq} = \frac{K + 2}{K - 2} \text{ [যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া]}$$

$$\text{বা, } \frac{(P + Q)^2}{(P - Q)^2} = \frac{K + 2}{K - 2} \text{ বা, } \frac{P + Q}{P - Q} = m \text{ [}\therefore \text{যেখানে } m = \left(\frac{K + 2}{K - 2}\right)^{\frac{1}{2}} = \text{অশূন্য ধ্রুবক]}$$

$$\text{বা, } (P + Q) \propto (P - Q) \text{ (Proved)}$$

5. যদি $a \propto (b + c)$, $b \propto (c + a)$ বা, $c \propto (b + a)$ হয় এবং যদি k, l, m ভেদ

$$\text{ধ্রুবক হয়, তবে প্রমাণ করো } \frac{k}{k+1} + \frac{l}{l+1} + \frac{m}{m+1} = 1$$

$$\text{উত্তরঃ } a \propto (b + c) \text{ বা, } a = k(b + c) \text{ বা, } k = \frac{a}{b + c}$$

$$\therefore k + 1 = \frac{a}{b + c} + 1 = \frac{a + b + c}{b + c} \therefore \frac{k}{k + 1} = \frac{\frac{a}{b + c}}{\frac{a + b + c}{b + c}} = \frac{a}{a + b + c}$$

$$\text{আবার, } b \propto (c + a) \text{ বা, } b = l(c + a) \text{ বা, } l = \frac{b}{c + a}$$

$$\therefore l + 1 = \frac{a + b + c}{c + a} \therefore \frac{l}{l + 1} = \frac{b}{a + b + c}$$

$$\therefore c \propto b + a \text{ বা, } c = m(b + a) \text{ বা, } m = \frac{c}{b + a}$$

$$\therefore m + 1 = \frac{a + b + c}{b + a} \therefore \frac{m}{m + 1} = \frac{c}{a + b + c}$$

$$\text{L.H.S. } \frac{k}{k+1} + \frac{l}{l+1} + \frac{m}{m+1} = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c}$$

$$= \frac{(a + b + c)}{(a + b + c)} = \text{R.H.S. (Proved)}$$



6. $\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) \propto \frac{1}{x-y}$ হলে, দেখাও $x \propto y$

উত্তরঃ $\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \propto \frac{1}{x-y}$ বা, $\frac{x-y}{xy} = k \frac{1}{x-y}$ [k হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]

বা, $(x-y)^2 = kxy$ বা, $x^2 - 2xy + y^2 = kxy$

বা, $x^2 + y^2 = (2+k)xy$ বা, $\frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{2+k}{2} = m$ (ধরি)

বা, $\frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2 - 2xy} = \frac{m+1}{m-1}$ [যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া]

বা, $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} = m_1$ [$\therefore m_1 = \frac{m+1}{m-1}$ = অশূন্য ধ্রুবক]

বা, $\frac{(x+y)}{(x-y)} = \pm \sqrt{m_1} = m_2$ (ধরি)

বা, $\frac{x+y}{y-x+y} = \frac{m_2+1}{m_2-1}$ [আবার, যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া করে]

বা, $\frac{x}{y} = \text{ধ্রুবক} \therefore x \propto y$ (Proved)

7. $x+y \propto \sqrt{xy}$ হলে, প্রমাণ করো $\sqrt{x} + \sqrt{y} \propto \sqrt{x} - \sqrt{y}$

উত্তরঃ $x+y \propto \sqrt{xy}$

বা, $x+y = k\sqrt{xy}$ [k হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]

বা, $\frac{x+y}{\sqrt{xy}} = k$ বা, $\frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2}{2\sqrt{xy}} = \frac{k}{2}$

বা, $\frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy}}{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 - 2\sqrt{xy}} = \frac{k+2}{k-2}$ [যোগ-ভাগ প্রক্রিয়া করে]

বা, $\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}\right) = m$ [যেখানে $m = \left(\frac{K+2}{K-2}\right)^{\frac{1}{2}}$ = অশূন্য ধ্রুবক]

বা, $\sqrt{x} + \sqrt{y} \propto \sqrt{x} - \sqrt{y}$ (Proved)



8. একটি দোলকের দৈর্ঘ্য, দোলকটির প্রতি মিনিটের স্পন্দন সংখ্যার বর্গের সঙ্গে ব্যস্তভেদে আছে। যদি 32 সেমি দীর্ঘ একটি দোলকের প্রতি মিনিটে 6 টি স্পন্দন হয়, তবে প্রতি মিনিটে 4টি স্পন্দন হয়, এমন দোলকের দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ মনে করি, l = দোলকের দৈর্ঘ্য ও n = প্রতি মিনিটে দোলকের স্পন্দন সংখ্যা।

$$\therefore l \propto \frac{1}{n^2} \Rightarrow l = \frac{k}{n^2} \dots (i) \quad [\text{যেখানে } k \neq 0 \text{ ভেদ ধ্রুবক}]$$

প্রদত্ত, $n = 6$ যখন $l = 32$

$$\therefore 32 = \frac{k}{6^2} \text{ বা, } k = 32 \times 36$$

$$\therefore (i) \text{ নং থেকে পাই, } l = 32 \times 36 \times \frac{1}{n^2} \dots (ii)$$

$$\text{এখন, } n = 4 \text{ হলে } (ii) \text{ নং থেকে পাই, } l = 32 \times 36 \times \frac{1}{4^2} = \frac{32 \times 36}{16} = 72$$

নির্ণেয় দোলকের দৈর্ঘ্য = 72 সেমি।

9. একটি শঙ্কুর আয়তন তার ভূমির ব্যাসার্ধের বর্গ ও উচ্চতার সঙ্গে যৌগিক ভেদে আছে। দুটি শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধের অনুপাত 3 : 4 এবং উচ্চতার অনুপাত 4 : 9 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত কত?

উত্তরঃ ধরি, শঙ্কুর আয়তন, ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা যথাক্রমে V , r ও h

$$\therefore V \propto r^2 h \text{ বা, } v = kr^2 h \quad [\therefore k \text{ হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক}]$$

ধরি, r_1, h_1, v_1 হল, প্রথম শঙ্কুর যথাক্রমে ভূমির ব্যাসার্ধ, উচ্চতা এবং আয়তন r_2, h_2, v_2 হল দ্বিতীয় শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ, উচ্চতা ও আয়তন।

$$\therefore V_1 = kr_1^2 h_1 \text{ এবং } V_2 = kr_2^2 h_2$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{h_1}{h_2}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{4}{9}\right) = \frac{1}{4} =$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় অনুপাত} = 1 : 4$$

10. কোনো গোলকের আয়তন তার ব্যাসার্ধের ঘনের সঙ্গে সরলভেদে আছে। যদি 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের তিনটি নিরেট গোলককে গলিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হয় এবং গলানোর ফলে যদি আয়তনের কোনো পরিবর্তন না হয়, তবে নতুন গোলকটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য ভেদতত্ত্ব প্রয়োগ করে নির্ণয় করো।



উত্তরঃ ধরি, গোলকটির ব্যাসার্ধ = r সেমি এবং আয়তন = v ঘন সেমি।

$$\therefore v \propto r^3 \text{ বা, } v = kr^3 \text{ [} k \text{ হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]}$$

3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি ব্যাসার্ধের গোলক তিনটির মোট আয়তন

$$= \{k(3)^3 + k(4)^3 + k(5)^3\} \text{ cm}^3 = 216k \text{ cm}^3$$

$\therefore$ যদি নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ R সেমি হয়, তবে

$$kR^3 = 216k; \text{ বা, } R^3 = 6^3 \text{ বা, } R = 6$$

নতুন গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য = $2 \times 6 = 12$ সেমি।

11. $a \propto b$ এবং $b \propto c$ হলে দেখাও যে, $(a + b + c) \propto (\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$

উত্তরঃ $a \propto b$ এবং $a = k_1 b = k_1 k_2 c$

$b \propto c$ এবং $b = k_2 c$ [k_1, k_2 -হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{a+b+c}{\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}} &= \frac{k_1 k_2 c + k_2 c + c}{\sqrt{k_1 k_2^2 c^2} + \sqrt{k_2 c^2} + \sqrt{k_1 k_2 c^2}} \\ &= \frac{c(k_1 k_2 + k_2 + 1)}{c(\sqrt{k_1 k_2^2} + \sqrt{K_2} + \sqrt{K_1 K_2})} \\ &= \text{অশূন্য ধ্রুবক।} \end{aligned}$$

$$\therefore (a + b + c) \propto (\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \text{ (Proved)}$$

4

পরিমিতি

আয়তঘন

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. একটি আয়তঘনের তলসংখ্যা = x , ধারসংখ্যা = y , শীর্ষবিন্দুর সংখ্যা = z এবং কর্ণের সংখ্যা = P হলে, $x = y + z + P$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $x = 6, y = 12, z = 8, P = 4$

$$\therefore x - y + z + P = 6 - 12 + 8 + 4 = 6$$



2. দুটি আয়তঘনের মাত্রাগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4, 6, 4 একক এবং 8, $(2h - 1)$, 2 একক। যদি আয়তঘন দুটির ঘনফল সমান হয়, তাহলে h -এর মান কত?

উত্তরঃ প্রথম আয়তঘনের আয়তন = $4 \times 6 \times 4$ ঘনএকক।

দ্বিতীয় আয়তঘনের আয়তন = $8 \times (2h - 1) \times 2$ ঘনএকক।

শর্তানুসারে, $8 \times (2h - 1) \times 2 = 4 \times 6 \times 4$

$$\text{বা, } (2h - 1) = \frac{4 \times 6 \times 4}{8 \times 2}$$

$$\text{বা, } 2h - 1 = 6 \text{ বা, } 2h = 7$$

$$\text{বা, } h = \frac{7}{2} = 3.5 \therefore h\text{-এর মান} = 3.5$$

3. একটি আয়তনাকার ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 5 মি, 4 মি ও 3 মি। ওই ঘরে সবচেয়ে লম্বা যে দণ্ড রাখা যাবে তার দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ দৈর্ঘ্য = 5 মি, প্রস্থ = 4 মি, উচ্চতা = 3 মি।

সবচেয়ে লম্বা যে দণ্ডটি রাখা যাবে তার দৈর্ঘ্য হল

$$= \sqrt{(5)^2 + (4)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ মি, } \times (2h - 1) \times 2 \text{ ঘনএকক।}$$

4. একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ সেমি হলে, ঘনকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

উত্তরঃ ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $4\sqrt{3}$ সেমি।

ধরি, ঘনকটির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = a সেমি।

শর্তানুসারে, $a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ বা, $a = 4$

$$\therefore \text{সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4 \times (4)^2 \text{ সেমি}^2 = 64 \text{ সেমি}^2$$

5. একটি সমকোণী চৌপলের প্রতিটি ধার দ্বিগুণ করলে মূল চৌপল ও পরিবর্তিত চৌপলের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?

উত্তরঃ ধরি, মূল চৌপলটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক ও c একক।

$$\therefore \text{এক্ষেত্রে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 2(ab + bc + ca) \text{ বর্গএকক}$$

তখন, চৌপলটির প্রতিটি ধার দ্বিগুণ করলে চৌপলটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা হবে

$$= 2a \text{ একক, } 2b \text{ একক ও } 2c \text{ একক।}$$



$$\begin{aligned}\text{এক্ষেত্রে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= 2(2a \cdot 2b + 2b \cdot 2c + 2c \cdot 2a) \text{ বর্গএকক।} \\ &= 8(ab + bc + ca) \text{ বর্গএকক।}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় অনুপাত} = 2(ab + bc + ca) : 8(ab + bc + ca) = 2 : 8 = 1 : 4$$

6. একটি ঘনকের পৃষ্ঠতলগুলির ক্ষেত্রফল 216 বর্গসেমি হলে তার আয়তন কত হবে?

উত্তরঃ ধরি, প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য = a সেমি।

$$\text{শর্তানুসারে, } 6a^2 = 216$$

$$\text{বা, } a^2 = 36$$

$$\text{বা, } a = 6$$

$$\text{ঘনকটির আয়তন} = (6)^3 \text{ ঘন সেমি} = 216 \text{ ঘন সেমি।}$$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. ঘনকাকৃতি একটি জলপূর্ণ চৌবাচ্চা থেকে সমান মাপের 64 বালতি জল তুলে নিলে চৌবাচ্চাটির $\frac{1}{3}$ অংশ জলপূর্ণ থাকে। চৌবাচ্চাটির বাহুর দৈর্ঘ্য যদি 1.2 মিটার হয়, তবে প্রতিটি বালতিতে কত লিটার জল ধরে? (1 ঘনডেসিমি = 1 লিটার)

উত্তরঃ ঘনকাকৃতি চৌবাচ্চার বাহুর দৈর্ঘ্য = 1.2 মিটার = 12 ডেসিমি

$$\begin{aligned}\text{চৌবাচ্চার আয়তন} &= (12)^3 \text{ ঘনডেসিমি} \\ &= (12)^3 \text{ লিটার তুলে নেওয়া জলের আয়তন} \\ &= \frac{2}{3} \times (12)^3 \text{ লিটার} = \frac{2}{3} \times 12^4 \times 12 \text{ লিটার} \\ 64 \text{ বালতি জলের আয়তন} &= 2 \times 4 \times 12 \times 12 \text{ লিটার}\end{aligned}$$

$$1 \text{ বালতি জলের আয়তন} = \frac{2 \times 4 \times 12 \times 12 \times 12^3}{64} \text{ লিটার} = 18 \text{ লিটার।}$$

$\therefore$ প্রতিটি বালতিতে 18 লিটার জল ধরে।

2. একটি সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার সমষ্টি 24 সেমি এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 15 সেমি। তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

উত্তরঃ ধরি, চৌপলটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a সেমি, b সেমি ও c সেমি।

$$\text{শর্তানুসারে, } a + b + c = 24$$

$$\text{এবং } \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 15$$



$$\text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 = 225$$

$$\text{এখন, } (a + b + c)^2 = (24)^2 \text{ বা, } a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 576$$

$$\text{বা, } 225 + 2(ab + bc + ca) = 576$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ca) = 576 - 225 = 351$$

$$\therefore \text{সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 351 \text{ বর্গসেমি।}$$

3. গ্রামের আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 20 মিটার, 15 মিটার। ওই মাঠের ভিতরে চারটি কোণে পিলার বসানোর জন্য মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট চারটি ঘনকাকৃতি গর্ত কেটে অপসারিত মাটি অবশিষ্ট জমির ওপর ছড়িয়ে দেওয়া হল। মাঠের তলের উচ্চতা কতটা বৃদ্ধি পেল?

$$\text{উত্তর: মাঠের ক্ষেত্রফল} = (20 \times 15) = 30 \text{ m}^2$$

$$4 \text{ টি পিলারের জন্য জমির ক্ষেত্রফল} = 4 \times (4)^2 \text{ m}^2 = 64 \text{ m}^2$$

$$\text{অবশিষ্ট জমির ক্ষেত্রফল} = (300 - 64) = 236 \text{ m}^2$$

$$4 \text{ টি পিলারের জন্য যে পরিমাণ মাটি তোলা হয় তার আয়তন}$$

$$= 4 \times (4)^3 = 256 \text{ m}^3$$

$$\text{ধরি, মাটির তল } x \text{ মিটার বৃদ্ধি পেল।}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 236 \times x = 256 \text{ বা, } x = \frac{256}{236} \text{ বা, } x = 1 \frac{5}{59}$$

$$\therefore \text{মাটির তলের উচ্চতা } 1 \frac{5}{59} \text{ মিটার বৃদ্ধি পেল।}$$

লম্ব-বৃত্তাকার চোঙ

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. একটি চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 264 বর্গমিটার এবং আয়তন 924 ঘনসেমি। হলে স্তম্ভের ভূমির ব্যাসার্ধ দৈর্ঘ্য কত?

$$\text{উত্তর: ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ} = r \text{ মিটার এবং উচ্চতা} = h \text{ মিটার।}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 2\pi rh = 264 \dots (i)$$

$$\text{এবং } \pi r^2 h = 924 \dots (ii) \quad 7$$

$$(ii) \div (i) \text{ করে পাই, } \frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{924}{264} \quad \text{বা, } \frac{r}{1} = 7 \text{ বা, } r = 7$$

$$\therefore \text{ভূমির ব্যাসার্ধ} = 7 \text{ সেমি।}$$



2. একটি চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল c বর্গএকক, ভূমির ব্যাসার্ধ r একক এবং আয়তন V ঘনএকক হলে $\frac{Cr}{V}$ -এর মান কত?

উত্তরঃ ধরি, চোঙের আয়তন $V = \pi r^2 h$ ঘনএকক

যেখানে, h হল চোঙের উচ্চতা।

বক্রতলের ক্ষেত্রফল (c) = $2\pi rh$ বর্গএকক।

$$\therefore \frac{Cr}{V} = \frac{2\pi rh \times r}{\pi r^2 h} = 2$$

3. একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা 14 সেমি ও বক্রতলের ক্ষেত্রফল 264 বর্গসেমি হলে চোঙটির আয়তন কত?

উত্তরঃ চোঙের উচ্চতা (h) = 14 সেমি

বক্রতলের ক্ষেত্রফল = 264 বর্গসেমি।

শর্তানুসারে, $2\pi rh = 264$ [$\because r$ হল ভূমির ব্যাসার্ধ]

$$\text{বা, } 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 264 \text{ বা, } r = \frac{264 \times 7}{2 \times 22 \times 14} \text{ বা, } r = 3$$

$$\text{চোঙের আয়তন} = \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 14 = 22 \times 18 \text{ ঘনসেমি} = 396 \text{ ঘনসেমি।}$$

4. একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙের আয়তন ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান। চোঙটির ব্যাসার্ধ কত?

উত্তরঃ ধরি, চোঙটির ব্যাসার্ধ = r একক; চোঙটির উচ্চতা = h একক।

শর্তানুসারে, $2\pi r^2 h = 2\pi rh$ বা, $r = 2$ $\therefore$ চোঙটির ব্যাসার্ধ = 2 একক।

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. 7 সেমি ব্যাসের একটি লম্বা গ্যাস জারে কিছু জল আছে। ওই জলে যদি 5.6 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের 5 সেমি লম্বা একটি নিরেট লোহার লম্ববৃত্তাকার চোঙকৃতির টুকরো সম্পূর্ণ ডোবানো হয়, তবে জলতল কতটুকু উপরে উঠবে?

উত্তরঃ ধরি, জলতল x সেমি ওপরে উঠল।

$$\text{লোহার টুকরোর ব্যাসার্ধ} = \frac{5.6}{2} = 2.8 \text{ সেমি।}$$

$$\text{লোহার টুকরোটির আয়তন} = \pi (2.8)^2 \times 5 \text{ ঘনসেমি} = \frac{\pi \times 14 \times 4}{5} \text{ ঘনসেমি।}$$

$$\therefore x \text{ সেমি জলস্তরের আয়তন} = \pi \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times x \text{ ঘনসেমি।}$$



$$\text{শর্তানুসারে, } \pi \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times x = \pi \times 14 \times \frac{14}{5}$$

$$\text{বা, } x = 14 \times \frac{14}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{14}{5} = 3.2$$

∴ জলতল 3.2 সেমি ওপরে উঠবে।

2. একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা উহার ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। যদি উচ্চতা গুণ হত তবে চোঙটির আয়তন 539 ঘনডেসিমি বেশি হত। চোঙটির উচ্চতা কত?

উত্তরঃ ধরি, চোঙটির ব্যাসার্ধ = r একক; উচ্চতা = $2r$ একক।

$$\text{এক্ষেত্রে আয়তন হত} = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 \text{ ঘনএকক।}$$

$$\text{আবার, } 6r \text{ হলে চোঙটির আয়তন হত } \pi r^2 \cdot 6r = 6\pi r^3 \text{ ঘনএকক।}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 6\pi r^3 - 2\pi r^3 = 539$$

$$\text{বা, } 4\pi r^3 = 539$$

$$\text{বা, } 4 \times \frac{22}{7} r^3 = 539$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{539}{4} \times \frac{1}{22} \times \frac{7}{2} \quad \text{বা, } r^3 = \frac{7}{2}$$

$$\therefore \text{চোঙটির উচ্চতা হত} = 2 \times \frac{7}{2} = 7 \text{ ডেসিমি।}$$

3. তামার তৈরি একটি আয়তঘনের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 11 সেমি, 9 সেমি ও 6 সেমি। আয়তঘনটিকে গলিয়ে 3 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের এবং $\frac{1}{4}$ সেমি পুরু কতগুলি মুদ্রা তৈরি করা যাবে?

উত্তরঃ আয়তঘনের আয়তন = $11 \times 9 \times 6$ ঘনসেমি।

$$\text{চোঙের ব্যাসার্ধ} = \frac{3}{2} \text{ সেমি।}$$

$$\text{চোঙের উচ্চতা} = \frac{1}{4} \text{ সেমি।}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় মুদ্রার সংখ্যা} &= \frac{11 \times 9 \times 6}{\frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{4}} = \frac{11 \times 9 \times 6 \times 7 \times 2 \times 2 \times 4}{22 \times 3 \times 3} \\ &= 336 \text{ টি।} \end{aligned}$$



গোলক

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = S , আয়তন = V হলে $\frac{S^3}{V^2}$ -এর মান কত?

উত্তরঃ ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ = r একক।

$$\therefore \text{আয়তন (V)} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘনএকক।}$$

$$\text{বক্রতলের ক্ষেত্রফল (S)} = 4 \pi r^2 \text{ বর্গএকক।}$$

$$\therefore \frac{S^3}{V^2} = \frac{4 \pi r^2 \times 4 \pi r^2 \times 4 \pi r^2}{\left(\frac{4}{3} \pi r^3\right)^2} = 4 \pi \times 3 \times 3 = 36 \pi$$

2. একটি নিরেট অর্ধগোলকের আয়তন এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান। অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধ কত?

উত্তরঃ ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ = r একক।

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{2}{3} \pi r^3 = 3 \pi r^2 \text{ বা, } \frac{2r}{3} = 3 \text{ বা, } r = \frac{9}{2} \text{ বা, } r = 4.5$$

$$\text{অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধ} = 4.5 \text{ একক।}$$

3. দুটি গোলকের ঘনফলের অনুপাত 8 : 27 হলে, গোলকদুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

$$\text{উত্তরঃ ঘনফলের অনুপাত} = 8 : 27 = (2)^3 : (3)^3 = \frac{4}{3} \pi (2)^3 : \frac{4}{3} \pi (3)^3$$

$$\text{ব্যাসার্ধের অনুপাত} = 2 : 3$$

$$\text{বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত} = 4 \pi (2)^2 : 4 \pi (3)^2$$

$$= 4 : 9$$

4. 1.4 ডেসিমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি অর্ধগোলাকার বাটি তৈরি করতে কতটুকু পিতলের পাত লাগবে?

$$\text{উত্তরঃ বাটিটির ব্যাসার্ধ} = \frac{1.4}{2} = 0.7 \text{ ডেসিমি} = 7 \text{ সেমি।}$$

$$\text{বাটিটির পাতের ক্ষেত্রফল} = 2 \pi r^2 \text{ বর্গসেমি}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 49 \text{ বর্গসেমি} = 308 \text{ বর্গসেমি।}$$



২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের তিনটি নিরেট তামার গোলক গলিয়ে একটি নিরেট বড়ো গোলক তৈরি করা হল। বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি নিরেট গোলকের মোট আয়তন

$$= \frac{4}{3} \pi (3^3 + 4^3 + 5^3) = \frac{4}{3} \pi \times 216 \text{ ঘনসেমি।}$$

$$\text{ধরি, বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধ} = R \text{ সেমি এবং আয়তন} = \frac{4}{3} \pi R^3 \text{ ঘনসেমি}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 216 \text{ বা, } R^3 = 6^3 \text{ বা, } R = 6$$

$\therefore$ বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধ = 6 সেমি।

2. একটি নিরেট সিসার গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি। এই গোলকটি গলিয়ে 3.5 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের কতগুলি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে নির্ণয় করো।

উত্তরঃ নিরেট সিসার গোলকের ব্যাসার্ধ = 7 সেমি এবং আয়তন = $\frac{4}{3} \pi (7)^3$ ঘনসেমি।

$$3.5 \text{ সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট নিরেট গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi (3.5)^3 \text{ ঘনসেমি।}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় নিরেট গোলকের সংখ্যা} = \frac{\frac{4}{3} \pi (7)^3}{\frac{4}{3} \pi (3.5)^3}$$

$$= \frac{7 \times 7 \times 7 \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10}}{35 \times 35 \times 35} = 8 \text{ টি।}$$

3. 1 সেমি ও 6 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 1 সেমি পুরু ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হলে, নতুন গোলকটির বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

উত্তরঃ ধরি, নতুন গোলকের বহিঃব্যাসার্ধ r সেমি এবং অন্তঃব্যাসার্ধ = $(r - 1)$ সেমি।

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{4}{3} \pi (r)^3 - \frac{4}{3} \pi (r - 1)^3 = \frac{4}{3} \pi (1)^3 - \frac{4}{3} \pi (6)^3$$

$$\frac{4}{3} \pi \{r^3 - (r - 1)^3\} = \frac{4}{3} \pi (1 + 216)$$

$$\text{বা, } r^3 - r^3 + 3r^2 - 3r + 1 = 217$$

$$\text{বা, } r^2 - r - 72 = 0$$



$$\text{বা, } (r-9)(r+8) = 0$$

$$\text{হয়, } r-9 = 0 \quad \text{অথবা, } r+8 = 0$$

$$\text{বা, } r = 9 \quad \text{বা, } r = -8 \text{ (বর্জনীয়)}$$

নতুন গোলকটির বহিঃব্যাসার্ধ = 9 সেমি

$$\text{বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 4 \times \frac{22}{7} \times 9 \times 9 \text{ বর্গসেমি।}$$

$$= \frac{7128}{7} = 1018.29 \text{ (প্রায়) বর্গসেমি।}$$

লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. কোনো লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তন (100π) ঘনসেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে শঙ্কুর তীর্যক উচ্চতা কত?

উত্তরঃ ধরি, শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ = r একক এবং তীর্যক উচ্চতা = l একক।

$$\text{উচ্চতা} = 12 \text{ সেমি।}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{1}{3} \pi r^2 h = 100\pi \quad \text{বা, } r^2 h = \frac{300}{h} = \frac{300}{12} \quad \text{বা, } r = 5$$

$$\therefore \text{তীর্যক উচ্চতা } (l) = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = 13 \text{ সেমি।}$$

2. একটি শঙ্কুর আয়তন এবং পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান। শঙ্কুটির উচ্চতা এবং ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য একক h ও r একক হলে $\frac{1}{h^2} + \frac{1}{h^2}$?

উত্তরঃ শর্তানুসারে, $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi r l$ [$\because l = \text{তীর্যক উচ্চতা}$]

$$\text{বা, } rh = 3l$$

$$\text{বা, } r^2 h^2 = 9l^2$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{h^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{r^2 + h^2}{h^2 r^2}$$

$$= \frac{l^2}{9l^2} [\because l^2 = r^2 + h^2; h^2 r^2 = 9l^2]$$

$$= \frac{1}{9}$$



3. একটি শঙ্কুর আয়তন V ঘনএকক, ভূমিতলের ক্ষেত্রফল A বর্গএকক এবং উচ্চতা H হলে $\frac{AH}{V}$ -এর মান কত?

উত্তরঃ আয়তন $(V) = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ [$\because r$ ও h হল শঙ্কুর ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা]

$$A = \pi r^2$$

$$\therefore \frac{AH}{V} = \frac{\pi r^2 \cdot H}{\frac{1}{3}\pi r^2 H} = 3$$

4. একটি শঙ্কুর পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল ভূমিতলের ক্ষেত্রফলের $\sqrt{5}$ গুণ। শঙ্কুটির উচ্চতা ও ব্যাসার্ধের অনুপাত কত?

উত্তরঃ ধরি, শঙ্কুটির ভূমির ব্যাসার্ধ $= r$ একক এবং উচ্চতা $= h$ একক।

$$\text{শর্তানুসারে, } \pi r l = \sqrt{5} \pi r^2$$

$$\text{বা, } r = \sqrt{5} r \text{ বা, } r^2 = 5r^2 \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } r^2 + h^2 = 5r^2 \text{ [}\because l^2 = r^2 + h^2\text{]}$$

$$\text{বা, } h^2 = 5r^2 - r^2 \text{ বা, } h^2 = 4r^2 \text{ বা, } h = 2r \text{ বা, } \frac{h}{r} = \frac{2}{1} \text{ বা, } h : r = 2 : 1$$

5. একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর শীর্ষকোণ 60° এবং ব্যাসার্ধ 14 সেমি হলে শঙ্কুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

উত্তরঃ শীর্ষকোণ 60° হলে অর্ধশীর্ষ কোণ $= 30^\circ$

$$\therefore \frac{r}{l} = \sin 30^\circ \text{ বা, } \frac{14}{l} = \frac{1}{2} \text{ বা, } l = 28$$

Picture

$$\therefore \text{বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 14 \times 28 = 1232 \text{ বর্গসেমি।}$$

6. একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙ ও শঙ্কুর ভূমি দুটি সমান এবং তাদের আয়তনের অনুপাত $3 : 2$ । প্রমাণ করো শঙ্কুর উচ্চতা চোঙের উচ্চতার দ্বিগুণ।

উত্তরঃ ধরি, লম্ববৃত্তাকার চোঙ ও শঙ্কুর উভয়ের ব্যাসার্ধ r একক।

চোঙের উচ্চতা h_1 একক এবং শঙ্কুর উচ্চতা h_2 একক এবং আয়তন যথাক্রমে V_1 ও V_2 ঘনএকক।

$$\text{শর্তানুসারে, } V_1 = \pi r^2 h_1 \quad \dots (i)$$

$$\text{এবং } V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{3h_1}{h_2} \text{ বা, } \frac{3}{2} = \frac{3h_1}{h_2} \text{ [}\because V_1 : V_2 = 3 : 2\text{] বা, } h_2 = 2h_1 \text{ [Proved]}$$



২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. একটি শঙ্কু আকৃতির একটি তাঁবুতে 11 জন লোক থাকতে পারে। প্রত্যেক লোকের জন্য ভূমিতে 4 বর্গমিটার জায়গা লাগে এবং 20 ঘনমিটার বাতাসের প্রয়োজন। ঠিক এই 11 জন লোকের জন্য নির্মিত তাঁবুর উচ্চতা কত?

উত্তরঃ 1 জনের জন্য ভূমিতে জায়গা লাগে 4 বর্গমিটার।

11 জনের জন্য ভূমিতে জায়গা লাগে = 44 বর্গমিটার।

1 জনের জন্য বাতাস লাগে = 20 ঘনমিটার।

11 জনের জন্য বাতাস লাগে = $11 \times 20 = 220$ ঘনমিটার।

ধরি, তাঁবুটির ভূমির ব্যাসার্ধ = r মিটার এবং উচ্চতা = h মিটার।

শর্তানুসারে, $\pi r^2 = 44$... (i)

এবং $\frac{1}{3} \pi r^2 h = 220$... (ii)

(ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{\frac{1}{3} \pi r^2 h}{\pi r^2} = \frac{220}{44}$

বা, $\frac{h}{3} = 5$ বা, $h = 15$

∴ নির্ণেয় তাঁবুর উচ্চতা হবে = 5 মিটার।

বিভিন্ন ঘনবস্তু সংক্রান্ত বাস্তব সংখ্যা

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. একটি নিরেট লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুকে গলিয়ে একটি নিরেট লম্বা বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হল। উভয়ের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান। যদি শঙ্কুর উচ্চতা 15 সেমি হয়, তাহলে নিরেট চোঙের উচ্চতা কত?

উত্তরঃ চোঙ ও শঙ্কুর উভয়ের ব্যাসার্ধ = 15 সেমি।

ধরি, নিরেট চোঙের উচ্চতা = h সেমি।

শর্তানুসারে,

বা, $\frac{1}{3} \pi (15)^2 \times 15 = \pi (15)^2 \cdot h$ বা, $\frac{1}{3} \pi (15)^2 \times 15$ বা, $5 = h$ বা, $h = 5$

∴ নিরেট চোঙের উচ্চতা = 5 সেমি।

2. সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাস এবং সমান উচ্চতা বিশিষ্ট নিরেট লম্ববৃত্তাকার চোঙ, নিরেট লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু এবং নিরেট গোলকের আয়তনের অনুপাত কত?



উত্তরঃ চোঙ, গোলক ও শঙ্কুর ব্যাসের দৈর্ঘ্য সমান, অর্থাৎ তাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান।

ধরি, চোঙ, শঙ্কু ও গোলকের ব্যাসার্ধ $2r$ একক।

গোলকের উচ্চতা = গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য।

$\therefore$ চোঙ ও শঙ্কুর উচ্চতা $= 2r$ একক

$$\begin{aligned} \text{চোঙ, শঙ্কু ও গোলকের আয়তনের অনুপাত} &= \pi r^2 \cdot 2r : \frac{1}{3} \pi r^2 \times 2r : \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= 2 : \frac{2}{3} : \frac{4}{3} = 3 : 1 : 2 \end{aligned}$$

3. 4.2 ডেসিমি দৈর্ঘ্যের ধার বিশিষ্ট নিরেট কাঠের ঘনক থেকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে যে নিরেট লম্ব-বৃত্তাকার শঙ্কুর পাওয়া যাবে, তার আয়তন নির্ণয় করো।

উত্তরঃ কাঠের ঘনকের একটি ধারের দৈর্ঘ্য = 4.2 ডেসিমি।

সুতরাং, শঙ্কুর ভূমির ব্যাস = 4.2 ডেসিমি।

$$\therefore \text{ব্যাসার্ধ} = \frac{4.2}{2} = 2.1 \text{ ডেসিমি।}$$

ছবি

$$\text{সুতরাং, শঙ্কুর আয়তন} = \frac{1}{3} \times \pi \times (2.1)^2 \times 4.2 \text{ ঘনডেসিমি।}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times \frac{21}{10} \times \frac{42}{10} = \frac{19404}{1000} = 19.404 \text{ ঘনডেসিমি।}$$

4. যদি $A = \frac{4}{3} \pi r^3$ এবং $B = \pi r^2 h$ হয়, তবে প্রমাণ করো $\frac{A^2 h^2}{B^3} = \frac{56}{99}$

$$\text{উত্তরঃ} \frac{A^2 h^2}{B^3} = \frac{\left(\frac{4}{3} \pi r^3\right)^2 h^2}{(\pi r^2 h)^3} = \frac{16}{9} \times \frac{\pi^2 r^6 h^2}{\pi^3 r^6 h^3} = \frac{16}{9} \times \frac{1}{\pi} = \frac{16 \times 7}{9 \times 22} = \frac{56}{99} \text{ [Proved]}$$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. 24 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙকৃতি পাত্রে কিছু জল আছে। 6 সেমি দৈর্ঘ্যের ভূমিতলের ব্যাস ও 4 সেমি উচ্চাবিশিষ্ট 60 টি নিরেট শঙ্কু আকৃতির লোহার টুকরো ওই জলে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত করলে, জলতলের উচ্চতা কতটা বৃদ্ধি পাবে?

উত্তরঃ চোঙের ব্যাসার্ধ $= \frac{24}{4} = 12$ সেমি।

ধরি, জলতলের উচ্চতা h সেমি বৃদ্ধি পাবে।

শঙ্কুগুলির দ্বারা অপসারিত জলের আয়তন $= \pi(12)^2 h$ ঘনসেমি।

$$60 \text{ টি শঙ্কুর মোট আয়তন} = 60 \times \frac{1}{3} \pi(3)^3 \cdot 4 \text{ ঘনসেমি।}$$



শর্তানুসারে,

$$\pi \times (12)^2 h = \frac{20}{8} \times \frac{1}{8} \pi (3)^2 \cdot 4 \text{ ঘনডেসিমি। বা, } h = \frac{20 \times 3 \times 3 \times 4}{12 \times 12} = 5$$

∴ জলতলের উচ্চতা 5 সেমি বৃদ্ধি পাবে।

2. একটি নিরেট লম্ববৃত্তাকার দণ্ডের ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 35 সেমি। দণ্ডটি গলিয়ে 8 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ ও 28 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট কতগুলি নিরেট শঙ্কু তৈরি করা যাবে?

উত্তরঃ লম্ববৃত্তাকার দণ্ডের ভূমিতলের ব্যাসার্ধ = 32 সেমি এবং দৈর্ঘ্য = 35 সেমি।

শঙ্কুর ব্যাসার্ধ = 8 সেমি এবং উচ্চতা = 28 সেমি।

লম্ব বৃত্তাকার দণ্ডের আয়তন = $\frac{1}{3} \pi \times (8)^2 \times 28$ ঘনসেমি।

$$\therefore \text{নির্ণেয় নিরেট শঙ্কুর সংখ্যা} = \frac{\pi \times (32)^2 \times 35}{\frac{1}{3} \times \pi \times (8)^2 \times 28}$$

$$= \frac{4 \times 4 \times 5}{32 \times 32 \times 28 \times 3} = 60 \text{ টি।}$$

3. একটি নিরেট লম্ববৃত্তাকার দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ 3.2 ডেসিমি। সেই দণ্ডটি গলিয়ে 21 টি নিরেট গোলক তৈরি করা হল। গোলকগুলির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য যদি 8 সেমি হয়, তবে দণ্ডটির দৈর্ঘ্য কত ছিল?

উত্তরঃ ধরি, দণ্ডটির দৈর্ঘ্য h সেমি।

দণ্ডটির ব্যাসার্ধ = 3.2 ডেসিমি = 32 সেমি।

∴ দণ্ডটির আয়তন = $\pi \cdot (32)^2 \cdot h$ ঘনসেমি।

গোলকগুলির ব্যাসার্ধ = 8 সেমি।

21 টি নিরেট গোলকের মোট আয়তন = $21 \times \frac{4}{3} \pi (8)^2$ ঘনসেমি।

শর্তানুসারে, $\pi (32)^2 h = 21 \times \frac{4}{3} \pi (8)^2$

$$\text{বা, } h = \frac{2 \times 4 \times 8 \times 8 \times 21}{3 \times 32 \times 32} = 14 \quad \text{বা, } h = 14$$

∴ দণ্ডটির দৈর্ঘ্য ছিল = 14 সেমি।



4. সমান ভূমিতলের ব্যাস এবং সমান উচ্চতাবিশিষ্ট একটি নিরেট শঙ্কু ও একটি নিরেট অর্ধগোলক এবং একটি নিরেট চোঙের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো।

উত্তরঃ শঙ্কু, অর্ধগোলক ও চোঙের ভূমিতলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য সমান।

সুতরাং, তাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান।

ধরি, শঙ্কু, অর্ধগোলক ও চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক।

∴ অর্ধগোলকের উচ্চতা অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের সঙ্গে সমান হয়।

∴ শঙ্কুর উচ্চতা = চোঙের উচ্চতা = অর্ধগোলকের উচ্চতা = r একক।

∴ নির্ণেয় আয়তনের অনুপাত = $\frac{1}{3} \pi^2 \cdot r : \frac{2}{3} \pi r^3 : \pi r^2 \cdot r = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 = 1 : 2 : 3$

5. $12\sqrt{2}$ সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট এবং 21 মিটার লম্বা লম্ব-বৃত্তাকার কাঠের গুঁড়ি থেকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে বর্গাকার প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি আয়তঘনাকার কাঠের লগ তৈরি করলে তাতে কত পরিমাণ কাঠ থাকবে এবং কত পরিমাণ কাঠ নষ্ট হবে?

উত্তরঃ কাঠের গুঁড়ির ব্যাসার্ধ = $\frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$ সেমি।

গুঁড়িটির দৈর্ঘ্য = 21 মিটার = 2100 সেমি।

∴ গুঁড়িটির আয়তন = $\frac{22}{7} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times 2100$ ঘনসেমি।
= 475200 = 475.2 ঘনসেমি।

এখন, কাঠের গুঁড়িটিকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে বর্গাকার প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট কাঠের লগে পরিণত করতে হবে।

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসের দৈর্ঘ্য।

ধরি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a সেমি।

∴ $\sqrt{2} a = 12\sqrt{2}$ বা, $a = 12$

আয়তঘনাকার কাঠের লগের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা।

$$= 12 \times 12 \times 12 \times 2100 \text{ ঘনসেমি।}$$

$$= 302400 \text{ ঘনসেমি।}$$

$$= 302.4 \text{ ঘনসেমি।}$$

আয়তঘনাকার কাঠের লগে কাঠ থাকবে = 302.4 ঘনডেসিমি।

এবং কাঠ নষ্ট হবে = $(475.2 - 302.4) = 172.8$ ঘনডেসিমি।



5

ত্রিকোণমিতি

কোণ পরিমাপের ধারণা

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. 1 রেডিয়ানের সংজ্ঞা দাও।

উত্তরঃ একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের সমান দৈর্ঘ্যের বৃত্তচাপ ওই বৃত্তের কেন্দ্রে যে সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করে, তার পরিমাপকে এক রেডিয়ান বলে (1°)।

2. প্রমাণ করো $1^\circ < 1^c$ ।

উত্তরঃ আমরা জানি, $180^\circ = \pi^c$

$$\text{বা, } 1^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \right)^c = \left(\frac{22}{7 \times 180} \right)^c \quad \text{বা, } 1^\circ < 1^c \left[\because \frac{22}{7 \times 180} < 1 \right]$$

3. একটি কোণের ডিগ্রিতে মান D এবং ওই কোণের রেডিয়ানে মান R হলে $\frac{R}{D}$ -এর মান কত?

উত্তরঃ কোণটির ডিগ্রিতে মান D হলে কোণটির রেডিয়ানে মান হবে $= \frac{\pi D}{180}$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{\pi D}{180} = R \text{ বা, } 180R = \pi D \text{ বা, } \frac{R}{D} = \frac{\pi}{180}$$

4. $11^\circ 15'$ কোণটির বৃত্তীয় মান কত?

$$\text{উত্তরঃ } 11^\circ 15' = 11^\circ + \left(\frac{15}{60} \right)^\circ \left[\because 1^\circ = 60' \right] = \left(\frac{45}{4} \right)^\circ$$

$$\therefore \left(\frac{45}{4} \right)^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times \frac{45}{4} \right)^c = \frac{\pi^c}{16} \text{ (Ans.)}$$

5. একটি ত্রিভুজের কোণগুলির অনুপাত $2 : 5 : 3$ । ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণটির বৃত্তীয় মান কত?

উত্তরঃ ধরি, কোণগুলির বৃত্তীয় মান যথাক্রমে $2x$, $5x$ ও $3x$ ।

$$\therefore 2x + 5x + 3x = \pi \quad \text{বা, } 10x = \pi \quad \text{বা, } x = \frac{\pi}{10}$$

$$\therefore \text{বৃহত্তম কোণটির বৃত্তীয় মান} = 5 \times \frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{2}$$



6. একটি সুষম বহুভুজের বাহুর সংখ্যা 6 হলে প্রতিটি কোণের বৃত্তীয় মান কত?

উত্তরঃ সুষম, বহুভুজটির অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি = $2(6 - 2) \times 90^\circ = 720^\circ$

$$\text{একটি অন্তঃকোণের পরিমাপ} = \frac{120^\circ}{\cancel{6}} = 120^\circ$$

$$\therefore \text{বৃত্তীয় মান} = \left(\frac{2 \times 120^\circ \times \pi}{180^\circ} \right) = \frac{2\pi^\circ}{3}$$

প্রতিটি প্রশ্নের মান ৩

1. একটি ত্রিভুজের একটি কোণের পরিমাপ 65° এবং দ্বিতীয়টির পরিমাপ $\frac{\pi}{12}$; তৃতীয় কোণটির ষষ্টিক ও বৃত্তীয় মান কত?

উত্তরঃ প্রথম কোণটির পরিমাপ = 65° ; দ্বিতীয়টির পরিমাপ = $\frac{180^\circ}{12} = 15^\circ$

$$\begin{aligned} \text{ত্রিভুজের তৃতীয় কোণটির পরিমাপ} \\ = 180^\circ - (65^\circ + 15^\circ) = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

$$\text{বৃত্তীয় মান} = \left(\frac{5 \times 100^\circ \times \pi}{180^\circ} \right) = \frac{5\pi^\circ}{9}$$

2. দুটি কোণের সমষ্টি 135° এবং তাদের অন্তর $\frac{\pi}{12}$ হলে কোণ দুটির ষষ্টিক ও বৃত্তীয় মান কত?

উত্তরঃ ধরি, ষষ্টিক পদ্ধতিতে কোণ দুটির পরিমাপ হল α ও β

$$\therefore \alpha + \beta = 135^\circ \quad \dots(i)$$

$$\text{এবং } \alpha - \beta = \frac{\pi}{12} = \frac{15^\circ}{12} = 15^\circ \dots(ii)$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2\alpha = 150^\circ \text{ বা, } \alpha = 75^\circ = 75^\circ \times \frac{\pi^\circ}{180^\circ} = \frac{5\pi^\circ}{12}$$

$$\text{এখন, (i) নং থেকে পাই, } \beta = 135^\circ - \alpha = 135^\circ - 75^\circ = \frac{\pi^\circ}{3}$$

$$\therefore \text{কোণ দুটির ষষ্টিক মান হল } 60^\circ \text{ ও } 75^\circ \text{ এবং বৃত্তীয় মান হল } \frac{\pi^\circ}{3} \text{ ও } \frac{5\pi^\circ}{12}।$$



ত্রিকোণমিতিক অনুপাত এবং ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. θ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)-এর কোণ মান/মানগুলির জন্য $2\cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 1 = 0^\circ$ সত্য হবে নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $2\cos^2 \theta - 3\cos \theta + 1 = 0$

$$\Rightarrow 2\cos^2 \theta - 2\cos \theta - \cos \theta + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos \theta (\cos \theta - 1) - 1(\cos \theta - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (\cos \theta - 1)(2\cos \theta - 1) = 0$$

হয়, $\cos \theta - 1 = 0$ বা, $\cos \theta = 1$ বা, $\cos \theta = \cos 0^\circ$ বা, $\theta = 0^\circ$

অথবা, $2\cos \theta - 1 = 0$ বা, $\cos \theta = \frac{1}{2}$ বা, $\cos \theta = \cos 60^\circ$ বা, $\theta = 60^\circ$

$\therefore$ নির্ণেয় θ -এর মান $0^\circ, 60^\circ$ [$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$]

2. $x \cos \theta = 3, 4 \tan \theta = y$ সম্পর্ক দুটি থেকে θ অপনয়ন করো।

উত্তরঃ $x \cos \theta = 3$ হয়, $\cos \theta = \frac{3}{x}$ বা, $\sec \theta = \frac{x}{3}$

$$\therefore 4 \tan \theta = y \text{ বা, } \tan \theta = \frac{y}{4}$$

$$\text{আমরা জানি, } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \text{ বা, } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

3. $\cos^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{13}{12}$ হলে, $\cos^4 \theta + \tan^4 \theta$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $\cos^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{13}{12}$

$$\text{এখন, } \cos^2 \theta + \tan^2 \theta = (\sec^2 \theta + \tan^2 \theta) (\sec^2 \theta + \tan^2 \theta)$$

$$= \frac{13}{12} \cdot 1 [\because \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1]$$

$$= \frac{13}{12}$$

4. $5\sin^2 \theta + 4\cos^2 \theta = \frac{9}{2}$ সম্পর্কটি থেকে $\tan \theta$ -এর মান নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $5\sin^2 \theta + 4\cos^2 \theta = \frac{9}{2}$

$$\text{বা, } 10\sin^2 \theta + 4\cos^2 \theta = 9(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

$$\text{বা, } 10\sin^2 \theta + 4\cos^2 \theta = 9\sin^2 \theta + 9\cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \cos \theta \text{ বা, } \tan \theta = 1$$



5. যদি $x = a \sin \theta$, $y = b \tan \theta$ হয় তাহলে প্রমাণ করো $\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} = 1$

উত্তরঃ $x = a \sin \theta$ বা, $\frac{x}{a} = \sin \theta$ বা, $\frac{a}{x} = \operatorname{cosec} \theta$

আবার, $y = b \tan \theta$ বা, $\frac{y}{b} = \tan \theta$ বা, $\frac{b}{y} = \cot \theta$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 \theta - \cos^2 \theta = 1$ বা, $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ (Proved)

6. $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ হলে প্রমাণ করো $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = 1$

উত্তরঃ $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ বা, $\sin \theta = 1 - \sin^2 \theta$ বা, $\sin \theta = \cos^2 \theta$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S. } \cos^2 \theta + \cos^4 \theta &= \cos^2 \theta + (\cos^2 \theta)^2 \\ &= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta [\because \cos^2 \theta = \sin \theta] \\ &= 1 = \text{R.H.S. (Proved)} \end{aligned}$$

7. যদি $\sin A + \sin B = 2$ হয় যেখানে $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$ এবং $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ তাহলে $\cos A + \cos B$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $\sin A + \sin B = 2$

$\sin A$ -এর মান বৃহত্তম হবে যদি $\sin A = \sin 90^\circ$

অর্থাৎ $A = 90^\circ$ [$0^\circ \leq A \leq 90^\circ$]

অনুরূপভাবে, $B = 90^\circ$

$$\therefore \cos A + \cos B = \cos 90^\circ + \cos 90^\circ = 0$$

8. $0^\circ < \theta < 90^\circ$ হয়, তাহলে $(9 \tan^2 \theta + 4 \cot^2 \theta)$ -এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করো।

$$\begin{aligned} \text{উত্তরঃ } 9 \tan^2 \theta + 4 \cot^2 \theta &= (3 \tan \theta)^2 + (2 \cot \theta)^2 \\ &= (3 \tan \theta - 2 \cot \theta)^2 + 3 \tan \theta \times 2 \cot \theta \\ &= (3 \tan \theta - 2 \cot \theta)^2 + 12 \end{aligned}$$

আমরা জানি, পূর্ণবর্গরাশির সর্বনিম্ন মান হয় 0

$\therefore$ প্রদত্ত রাশিটির সর্বনিম্ন মান = 12

9. $\cos \theta + \sec \theta = 2$ হলে, প্রমাণ করো $\tan^{2019} \theta + \sec^{2019} \theta = 2$.

$$\text{উত্তরঃ } \cos \theta + \sec \theta = 2 \text{ বা, } \cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} = 2$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta + 1 = 2 \cos \theta$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta - 1)^2 = 0 \text{ বা, } (\cos \theta - 1) = 0 \text{ বা, } \cos \theta = 1$$

$$\therefore \cos \theta = 1$$

$$\text{L.H.S. } \cos^{2019} \theta + \sec^{2019} \theta = 1^{2019} + 1^{2019} = 1 + 1 = 2 = \text{R.H.S. (Proved)}$$



1. মান নির্ণয় করো: $\sec^2 60^\circ - \cot^2 \theta 30^\circ - \frac{2 \tan 30^\circ \operatorname{cosec} 60^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$

উত্তরঃ $\sec^2 60^\circ - \cot^2 \theta 30^\circ - \frac{2 \tan 30^\circ \operatorname{cosec} 60^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$

$$= (2)^2 - (\sqrt{3})^2 - \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = 4 - 3 - \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = 4 - 3 - 1 = 0$$

2. প্রমাণ করো: $\sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{1 - \cos 30^\circ}} = \sec 60^\circ + \tan 60^\circ$

উত্তরঃ বামপক্ষ, $\sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{1 - \cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}} = 2 + \sqrt{3}$

বামপক্ষ = $\sec 60^\circ + \tan 60^\circ = 2 + \sqrt{3}$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

3. প্রমাণ করো: $\tan^2 \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{6} \tan^2 \frac{\pi}{3} = 1 \frac{1}{2}$

উত্তরঃ L.H.S. $\tan^2 \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{6} \tan^2 \frac{\pi}{3} = 1 \frac{1}{2}$

$$= (1)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3 = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2} = \text{R.H.S.}$$

4. $x \sin 60^\circ \cos^2 30^\circ = \frac{\tan^2 45^\circ \sec 60^\circ}{\operatorname{cosec} 60^\circ}$ হলে x -এর মান কত?

উত্তরঃ $x \sin 60^\circ \cos^2 30^\circ = \frac{\tan^2 45^\circ \sec 60^\circ}{\operatorname{cosec} 60^\circ}$

বা, $x \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{(1)^2 \times 2}{\frac{2}{\sqrt{3}}}$

বা, $x \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{2}$ বা, $\frac{3x}{4} = 1$ বা, $x = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$



5. যদি $\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ হয়, দেখাও $x \sin \theta = y \cos \theta$?

উত্তরঃ $\cos \theta = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \theta &= \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{x^2 + y^2}} \\ &= \sqrt{\frac{y^2}{x^2 + y^2}} = \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{aligned}$$

বামপক্ষ, $x \sin \theta = x \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

ডানপক্ষ, $y \cos \theta = y \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ (প্রমাণিত)

6. যদি $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$ হলে, দেখাও $\sin \theta - \cos \theta = \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

উত্তরঃ ধরি, $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y} = \frac{1}{k}$ ($k \neq 0$) $\therefore x = k \sin \theta, y = k \cos \theta$

$$\text{R.H.S. } \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{k \sin \theta - k \cos \theta}{\sqrt{k^2 \sin^2 \theta + k^2 \cos^2 \theta}} = \frac{k (\sin \theta - \cos \theta)}{k \cdot 1}$$

$= \sin \theta - \cos \theta = 1$ L.H.S. (Proved)

7. $\sin^4 \theta + \sin^2 \theta = 1$ হলে, প্রমাণ করো $\tan^4 \theta - \tan^2 \theta = 1$

উত্তরঃ $\sin^4 \theta + \sin^2 \theta = 1$

বা, $\sin^4 \theta = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$

এখন, L.H.S. $= \tan^4 \theta - \tan^2 \theta$

$$= \frac{\sin^4 \theta}{\cos^4 \theta} - \tan^2 \theta [\because \sin^4 \theta = \cos^2 \theta]$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \text{ (Proved)}$$

8. $\tan \theta + \sin \theta = m$ এবং, $\tan \theta - \sin \theta = n$ হলে, প্রমাণ করো $m^2 - n^2 = 4 \sqrt{mn}$ [$0^\circ < \theta < 90^\circ$]



উত্তরঃ বামপক্ষ = $m^2 - n^2 = (\tan \theta + \sin \theta)^2 - (\tan \theta - \sin \theta)^2 = 4 \tan \theta \cdot \sin \theta$

ডানপক্ষ = $4\sqrt{mn} = 4\sqrt{(\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)} = 4$

$$\sqrt{(\tan^2 \theta - \sin^2 \theta)} = 4\sqrt{\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \sin^2 \theta} = 4 \sin \theta \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1}$$

$$= 4 \sin \theta \sqrt{\sin^2 \theta - 1} = 4 \sin \theta \cdot \tan \theta$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

9. $\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ হলে,

দেখাও $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ [$0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$]

উত্তরঃ $\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

বা, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = 2 \cos^2 \theta$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে।]

বা, $\sin^2 \theta = \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$

বা, $\sin^2 \theta + \sin^2 \theta = \cos^2 \theta + \sin \theta + \cos \theta + \sin^2 \theta$

বা, $2 \sin^2 \theta = (\cos \theta + \sin \theta)^2$

বা, $(\cos \theta + \sin \theta)^2 = 2 \sin^2 \theta$ বা, $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ [$0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$] (Proved)

10. $\tan^2 \phi = 1 + \tan^2 \beta$ হলে, দেখাও $2 \sin \phi = 1 + \sin^2 \beta$

উত্তরঃ $\tan^2 \phi = 1 + 2 \tan^2 \beta$

বা, $\sec^2 \phi - 1 = 1 + 2(\sec^2 \beta - 1)$

বা, $\sec^2 \phi = 1 + 1 + 2 \sec^2 \beta - 2 = 2 \sec^2 \beta$

বা, $\frac{1}{\cos^2 \phi} = \frac{2}{\cos^2 \beta}$

বা, $2(1 - \sin^2 \phi) = 1 - \sin^2 \beta$

বা, $2 - \sin^2 \phi = 1 - \sin^2 \beta$

বা, $2 \sin^2 \phi = 1 + \sin^2 \beta$ (Proved)

11. $\tan^2 \theta = 1 + \tan^2 \beta$ হলে, দেখাও $2 \sin \theta = 1 + \sin^2 \beta$

উত্তরঃ $\tan^2 \theta = 1 + 2 \tan^2 \beta$

বা, $\sec^2 \theta - 1 = 1 + 2(\sec^2 \beta - 1)$

বা, $\sec^2 \theta = 1 + 1 + 2 \sec^2 \beta - 2 = 2 \sec^2 \beta$

বা, $\frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{2}{\cos^2 \beta}$



পূরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ$

$$\begin{aligned} &= \tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \dots \times \tan (90^\circ - 2^\circ) \times \tan (90^\circ - 1^\circ) \\ &= \tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \dots \times \cot 2^\circ \times \cot 1^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \times \cot 1^\circ) \times (\tan 2^\circ \times \cot 2^\circ) \times \dots \\ &= 1 \times 1 \times 1 \times \dots = 1 \end{aligned}$$

2. $\tan 4\theta \times \tan 6\theta = 1$ এবং 6θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ হলে θ -এর মান নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $\tan 4\theta \times \tan 6\theta = 1$

$$\text{বা, } \sec^2 \theta = 1 + 1 + 2 \sec^2 \theta - 2 = 2 \sec^2 \theta$$

$$\text{বা, } \sec 4\theta = \frac{1}{\tan 6\theta} = \cot 6\theta \text{ বা, } \tan 4\theta = \tan (90^\circ - 6\theta)$$

$$\text{বা, } 4\theta = 90^\circ - 6\theta \text{ বা, } 10\theta = 90^\circ \text{ বা, } \theta = 9^\circ$$

3. $\tan A \cdot \tan B = 1$ হলে, প্রমাণ করো, $A + B = 90^\circ$.

উত্তরঃ $\tan A \cdot \tan B = 1$

$$\text{বা, } \tan A = \frac{1}{\tan B} \text{ বা, } \tan A = \cot B$$

$$\text{বা, } \tan A = \tan (90^\circ - B) \text{ বা, } A = 90^\circ - B$$

$$\text{বা, } A + B = 90^\circ \text{ (Proved)}$$

4. দেখাও $\tan 15^\circ + \tan 75^\circ = \frac{\sec^2 15^\circ}{\sqrt{\sec^2 15^\circ - 1}}$

উত্তরঃ $L.H.S. = \tan 15^\circ + \tan 75^\circ = \tan 15^\circ + \tan (90^\circ - 15^\circ)$

$$= \tan 15^\circ + \cot 15^\circ = \tan 15^\circ + \frac{1}{\tan 15^\circ}$$

$$= \frac{\tan^2 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ} = \frac{\sec^2 15^\circ}{\sqrt{\sec^2 15^\circ - 1}} = R.H.S. \text{ (Proved) } [\because \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta]$$

5. $\tan 2A = \cot (A - 18^\circ)$, যেখানে $2A$ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ, তাহলে A -এর মান কত?

উত্তরঃ $\tan 2A = \cot (A - 18^\circ)$

$$\text{বা, } \cot (90^\circ - 2A) = \cot (A - 18^\circ)$$

$$\text{বা, } 90^\circ - 2A = A - 18^\circ \text{ বা, } -3A = -180^\circ \text{ বা, } A = 36^\circ$$



6. $\sec \theta = \operatorname{cosec} \phi$ হয়, $(0^\circ < \theta, \phi < 90^\circ)$ তাহলে $\sin(\theta + \phi)$ -এর মান নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $\sec \theta = \operatorname{cosec} \phi$ বা, $\sec \theta = \sec(90^\circ - \phi)$ বা, $(\theta + \phi) = 90^\circ$

$$\therefore \sin(\theta + \phi) = \sin 90^\circ = 1$$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$ হয়, তাহলে দেখাও $\sec 17^\circ - \sin 73^\circ = \frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}}$

উত্তরঃ $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$

$$\therefore \cos 17^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 17^\circ} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{y^2}} = \sqrt{\frac{y^2 - x^2}{y^2}} = \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}$$

$$\text{বামপক্ষ, } \sec 17^\circ - \sin 73^\circ = \frac{1}{\cos 17^\circ} - \sin(90^\circ - 17^\circ)$$

$$= \frac{1}{\cos 17^\circ} - \cos 17^\circ = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}} - \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y} = \frac{y^2 - y^2 + x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}}$$

$$= \frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}} = \text{বামপক্ষ (প্রমাণিত)}$$

2. যদি $\alpha + \beta = 90^\circ$ হয়, দেখাও $\cos \alpha = \sqrt{\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}} - \sin \alpha \cdot \cos \beta$

উত্তরঃ $\alpha + \beta = 90^\circ$ বা, $\beta = 90^\circ - \alpha$

$$\text{বামপক্ষ, } = \sqrt{\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}} - \sin \alpha \cos \beta$$

$$= \sqrt{\frac{\sin \theta}{\cos(90^\circ - d)}} - \sin \alpha \cos(90^\circ - d)$$

$$= \sqrt{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha}} - \sin \alpha \cdot \sin \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \cos \alpha = \text{বামপক্ষ (Proved)}$$

3. $\cos 43^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ হলে, $\tan 47^\circ$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $\cos 43^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$



$$\therefore \sin^2 43^\circ = 1 - \cos^2 43^\circ = 1 - \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{y^2}{x^2 + y^2} \therefore \sin 43^\circ = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\therefore \tan 47^\circ = \tan (90^\circ - 43^\circ) = \cot 43^\circ = \frac{\cos 43^\circ}{\sin 43^\circ} = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}}{\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}} = \frac{x}{y}$$

4. $x = a \cos (90^\circ - \theta)$ ও $y = b \cot (90^\circ - \theta)$ হলে, প্রমাণ করো $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$
উত্তরঃ $x = a \cos (90^\circ - \theta)$

বা, $x = a \sin \theta$ বা, $\frac{x}{a} = \sin \theta$ বা, $\frac{a}{x} = \operatorname{cosec} \theta$

$y = b \cot (90^\circ - \theta)$ বা, $y = b \tan \theta$ বা, $\frac{y}{b} = \cot \theta$ বা, $\frac{b}{y} = \cot \theta$

আমরা জানি,

$$\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1 \text{ বা, } \left(\frac{a}{x}\right)^2 - \left(\frac{b}{y}\right)^2 = 1 \text{ বা, } \frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

5. প্রমাণ করো $\cot 12^\circ \cot 38^\circ \cot 52^\circ \cot 78^\circ \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

উত্তরঃ $\cot 12^\circ \cot 38^\circ \cot 52^\circ \cot 78^\circ \cot 60^\circ$

$$= \cot 12^\circ \cot 38^\circ \cot (90^\circ - 38^\circ) \cot (90^\circ - 12^\circ) \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (প্রমাণিত) } [\because \tan \theta \cdot \cot \theta = 1]$$

6. যদি α ও β কোণদ্বয় পরস্পর পূরক কোণ হয়, তবে দেখাও যে,

$$1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \tan^2 \alpha \cdot \sec^2 \beta.$$

উত্তরঃ বামপক্ষ = $1 + \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{\tan \alpha}{\tan (90^\circ - \alpha)} [\because \alpha + \beta = 90^\circ]$

$$= 1 + \frac{\tan \alpha}{\cot \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$$

ডানপক্ষ = $\tan^2 \alpha \cdot \sec^2 \beta = \tan^2 \alpha \cdot \sec^2 (90^\circ - \alpha)$
 $= \tan^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha$

$$= \frac{\cancel{\sin^2} \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{\cancel{\sin^2} \alpha} = \sec^2 \alpha$$

বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)



7. $A + B = 90^\circ$ বলে, দেখাও $\sqrt{\frac{\tan A \cdot \tan B + \tan A \cdot \cot B}{\sin A \cdot \sec B} - \frac{\sin^2 B}{\cos^2 A}} = \tan A$

উত্তরঃ বামপক্ষ = $\sqrt{\frac{\tan A \cdot \tan B + \tan A \cdot \cot B}{\sin A \cdot \sec B} - \frac{\sin^2 B}{\cos^2 A}}$

$$= \sqrt{\frac{\tan A \cdot \tan(90^\circ - A) + \tan A \cdot \cot(90^\circ - A)}{\sin A \cdot \sec(90^\circ - A)} - \frac{\sin^2(90^\circ - A)}{\cos^2 A}}$$

$$= \sqrt{\frac{\tan A \cdot \cot A + \tan A \cdot \tan A}{\sin A \cdot \operatorname{cosec} A} - \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A}} = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 A}{1} - 1}$$

$$= \sqrt{1 + \tan^2 A} - 1 = \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)}$$

8. $\frac{\sin 52^\circ + \cos 38^\circ}{\sin 38^\circ + \cos 52^\circ} = \tan 52^\circ$ -প্রমাণ করো।

উত্তরঃ বামপক্ষ = $\frac{\sin 52^\circ + \cos 38^\circ}{\sin 38^\circ + \cos 52^\circ} = \frac{\sin 52^\circ + \cos(90^\circ - 52^\circ)}{\sin(90^\circ - 52^\circ) + \cos 52^\circ}$

$$= \frac{\sin 52^\circ + \sin 52^\circ}{\cos 52^\circ + \cos 52^\circ} = \frac{2 \sin 52^\circ}{2 \cos 52^\circ} = \tan 52^\circ \text{ (Proved)}$$

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের প্রয়োগ: উচ্চতা ও দূরত্ব

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. একটি স্তম্ভের ছায়ার দৈর্ঘ্য এবং উচ্চতার অনুপাত $\sqrt{3} : 1$ হলে সূর্যের উন্নতি কোণ নির্ণয় করো।

উত্তরঃ ধরি, ছায়ার দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3} x$ একক;

উচ্চতা = x একক। ($\therefore x > 0$)

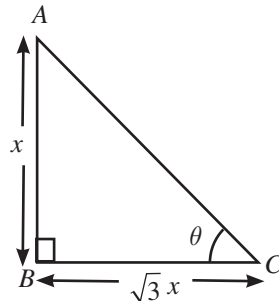
মনেকরি, উন্নতি কোণ = θ

এখন, সমকোণী $\triangle ABC$ -এর $\frac{AB}{BC} = \tan \theta$

বা, $\frac{x}{\sqrt{3}x} = \tan \theta$

বা, $\tan \theta = \tan 30^\circ$ বা, $\theta = 30^\circ$

$\therefore$ নির্ণেয় উন্নতি কোণ = 30°





2. একটি ঘুড়ির উন্নতি কোণ 60° এবং সূতোর দৈর্ঘ্য $20\sqrt{3}$ মিটার হলে ঘুড়িটি মাটি থেকে কত উচ্চতায় আছে?

উত্তরঃ চিত্রে ঘুড়িটি মাটি থেকে AB উচ্চতায় আছে।

সূতোর দৈর্ঘ্য $(AC) = 20\sqrt{3}$ মিটার।

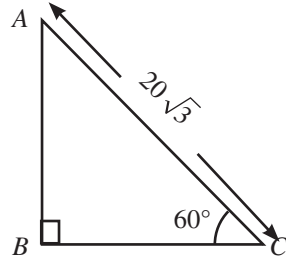
সমকোণী, $\triangle ABC$ -এর,

$$\frac{AB}{BC} = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{20\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } AB = \frac{20 \times 3}{2} = 30$$

$\therefore$ ঘুড়িটি মাটি থেকে 30 মিটার উচ্চতায় আছে।



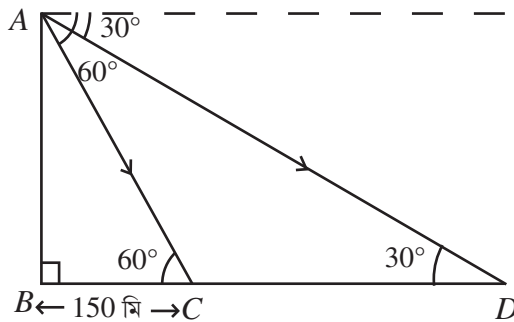
২. রচনাধর্মী প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৫

1. একটি লাইটহাউস থেকে তার সঙ্গে একই সরলরেখায় অবস্থিত দুটি জাহাজের মাস্তুলের গোড়ার অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° হয় এবং কাছের জাহাজের মাস্তুল যদি লাইটহাউস থেকে 150 মিটার দূরত্বে থাকে, তাহলে দূরের জাহাজের মাস্তুল লাইটহাউস থেকে কত দূরত্বে আছে এবং লাইটহাউসটির উচ্চতা কত?

উত্তরঃ চিত্রে AB লাইটহাউস। শীর্ষ A বিন্দু থেকে C ও D বিন্দুর অবনতি কোণ 60° ও 30° ।

$BC = 150$ মিটার।



সমকোণী $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{150} = \sqrt{3} \text{ বা, } AB = 150\sqrt{3}$$



আবার সমকোণী $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BD} = \tan 30^\circ \text{ বা, } \frac{150\sqrt{3}}{150 + CD} = \frac{1}{\sqrt{3}} [\because AB = 150\sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } 150 + CD = 150 \times 3 [\because \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3]$$

$$\text{বা, } CD = 450 - 150$$

$$\text{বা, } CD = 300$$

লাইটহাউসের উচ্চতা $150\sqrt{3}$ মিটার। দূরের জাহাজের মাস্তুলটি লাইট হাউস থেকে $(300 + 150)$ মিটার = 450 মিটার দূরে আছে।

2. একটি পাঁচতলা বাড়ির ছাদের কোনো বিন্দু থেকে দেখলে মনুমেন্টের চূড়ার উন্নতি কোণ ও গোড়ার অবনতি কোণ 60° ও 30° । বাড়িটির উচ্চতা 16 মিটার হলে মনুমেন্টের উচ্চতা এবং বাড়িটি মনুমেন্ট থেকে কত দূরে অবস্থিত?

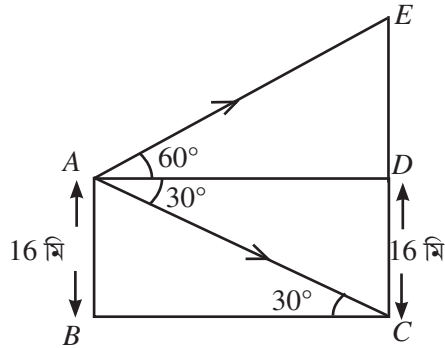
উত্তরঃ চিত্রে CE হল মনুমেন্ট। AB হল বাড়ি যার উচ্চতা 16 মিটার। বাড়িটির শীর্ষ A বিন্দু থেকে মনুমেন্টের শীর্ষ E বিন্দুর উন্নতি কোণ 60° ও মনুমেন্টের পাদদেশের অবনতি কোণ 30° ।

এখন, সমকোণী $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{16}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } BC = 16\sqrt{3}$$



আবার, সমকোণী $\triangle ADE$ থেকে পাই,

$$\frac{DE}{AD} = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{DE}{16\sqrt{3}} = \sqrt{3} [\because BC = AD = 16\sqrt{3}]$$

$$\text{বা, } DE = 16 \times 3 \text{ বা, } DE = 48$$

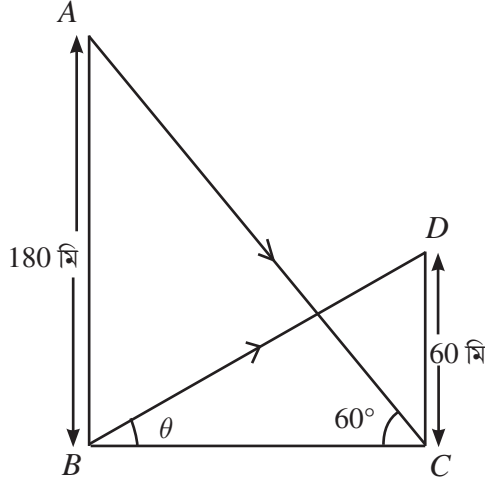
$$\therefore \text{মনুমেন্টের উচ্চতা} = (16 + 48) \text{ মিটার} = 64 \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{বাড়িটি মনুমেন্ট থেকে } 16\sqrt{3} \text{ মিটার দূরে অবস্থিত।}$$



3. দুটি স্তম্ভের উচ্চতা 140 মিটার ও 60 মিটার। দ্বিতীয় স্তম্ভটির গোড়া থেকে প্রথমটির চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, প্রথমটির গোড়া থেকে দ্বিতীয়টির চূড়ার উন্নতি কোণ কত?

উত্তরঃ চিত্রে AB হল প্রথম বাড়ি যার উচ্চতা 180 মিটার। এবং CD হল দ্বিতীয় বাড়ি যার উচ্চতা 60 মিটার।



মনেকরি, প্রথমটির গোড়া থেকে দ্বিতীয়টির চূড়ার উন্নতি কোণ $= \theta$ ।

এখন, সমকোণী $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ \text{ বা, } \frac{180}{BC} = \sqrt{3} \text{ বা, } \sqrt{3} BC = 180 \text{ বা, } BC = \frac{180}{\sqrt{3}}$$

আবার, সমকোণী $\triangle BCD$ থেকে পাই,

$$\frac{CD}{BC} = \tan \theta \text{ বা, } \frac{60}{\frac{180}{\sqrt{3}}} = \tan \theta \text{ বা, } \tan \theta = \frac{\sqrt{3} \times 60}{180} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ বা, } \tan \theta = \tan 30^\circ$$

$\therefore$ প্রথমটির গোড়া থেকে দ্বিতীয়টির চূড়ার উন্নতি কোণ $= 30^\circ$ ।

5. 126 ডেসিমি উঁচু একটি উল্লম্ব খুঁটি মাটি থেকে কিছু ওপরে দুমড়ে গিয়ে ওপরের অংশ কাত হয়ে পড়ায় তার অগ্রভাগ মাটি স্পর্শ করে ভূমির সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করেছে। খুঁটিটি কত ওপরে দুমড়ে গিয়েছিল এবং তার অগ্রভাগ গোড়া থেকে কত দূরে মাটি স্পর্শ করেছিল?



উত্তরঃ মনে কৰি, AC হল উল্লম্ব খুঁটি য়াৰ উচ্চতা = 126 ডেসিমি।

মনে কৰি, B বিন্দুতে x ডেসিমি উচ্চতায় দুমড়ে গিয়েছিল।

সুতরাং, $BC = x$ ডেসিমি। $AB = (126 - x)$ ডেসিমি।

$\therefore BD = (126 - x)$ ডেসিমি।

সমকোণী $\triangle BCD$ থেকে পাই,

$$\frac{BC}{BD} = \sin 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{x}{126 - x} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2x = 126 - x$$

$$\text{বা, } 3x = 126 \text{ বা, } x = 42$$

আবার, সমকোণী $\triangle BCD$ থেকে পাই,

$$\frac{BC}{CD} = \tan 30^\circ$$

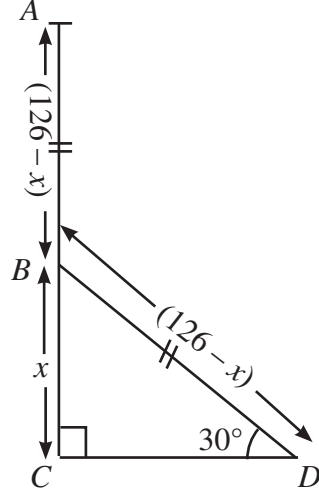
$$\frac{x}{CD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad [\because x = 42]$$

$$\text{বা, } CD = 42\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \frac{42}{CD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

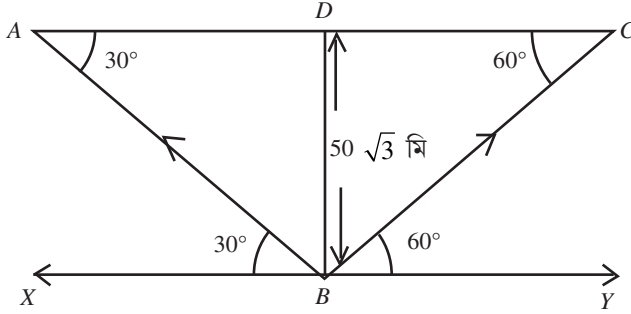
$$\text{বা, } CD = 42\sqrt{3}$$

$\therefore$ খুঁটিটি 42 ডেসিমি উপড়ে দুমড়ে গিয়েছিল এবং খুঁটিটি অগ্রভাগ গোড়া থেকে $42\sqrt{3}$ ডেসিমি দূরে মাটি স্পর্শ করেছে।



6. মাটির মাঝখানে মোহিত একটি উড়ন্ত পাখিকে প্রথমে উত্তর দিকে 30° উন্নতি কোণে এবং 2 মিনিট পরে দক্ষিণ দিকে 60° উন্নতি কোণে দেখতে পেল। পাখিটি যদি একই সরলরেখা বরাবর $50\sqrt{3}$ মিটার উঁচুতে উড়ে থাকে। তবে তার গতিবেগ কিলোমিটার প্রতি ঘণ্টায় কত?

উত্তরঃ চিহ্নে B বিন্দু হল মোহিত এর অবস্থান। পাখিটি D বিন্দুতে $50\sqrt{3}$ মিটার উঁচুতে আছে।



সমকোণী $\triangle ABD$ থেকে পাই,

$$\frac{BD}{AD} = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{50\sqrt{3}}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{বা, } AD = 50 \times 3 = 150$$

আবার, সমকোণী $\triangle DBC$ থেকে পাই,

$$\frac{BD}{DC} = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{50\sqrt{3}}{DC} = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } DC = 50$$

$$\therefore AC = AD + DC = 150 \text{ মি} + 50 \text{ মি} = 200 \text{ মিটার}$$

পাখিটি 2 মিনিট অর্থাৎ 120 সেকেন্ডে যায় = 200 মিটার

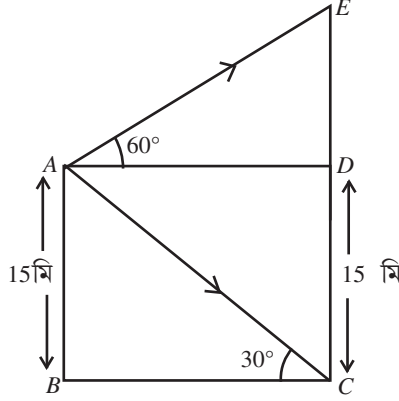
$$1 \text{ সেকেন্ডে যায়} = \frac{200}{120} \text{ মিটার}$$

$$3600 \text{ সেকেন্ডে যায়} = \frac{200 \times 3600}{120} = 6000 \text{ মিটার} = 6 \text{ কিমি।}$$

$\therefore$ পাখিটির গতিবেগ 6 কিমি/ঘণ্টা।

7. একটি পার্কের এক প্রান্তে অবস্থিত 15 মিটার উঁচু একটি বাড়ির ছাদ থেকে পার্কের অপর পারে অবস্থিত একটি ইট ভাটার চিমনির পাদদেশ ও অগ্রভাগ যথাক্রমে 30° অবনতি কোণ ও 60° উন্নতি কোণে দেখা যায়। ইটভাটার চিমনির উচ্চতা এবং ইটভাটা ও বাড়ির মধ্যে দূরত্ব কত?

উত্তরঃ চিত্রে AB হল যার উচ্চতা 15 মিটার।



বাড়িটির শীৰ্ষ A বিন্দু থেকে ইটভাটা শীৰ্ষের উন্নতি কোণ 60° ও পাদদেশের অবনতি কোণ 30° ।

এখন, সমকোণী $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{15}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ বা, } BC = 15\sqrt{3}$$

আবার, সমকোণী $\triangle ADE$ থেকে পাই,

$$\frac{DE}{AD} = \tan 60^\circ \text{ বা, } \frac{DE}{15\sqrt{3}} = \sqrt{3} \quad [\because BC = AD = 15\sqrt{3} \text{ মি}]$$

$$\text{বা, } DE = 45 \quad [\because \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3]$$

$\therefore$ ইটভাটা চিমনির উচ্চতা $(15 + 45)$ মিটার = 60 মিটার ও ইটভাটা ও বাড়ির মধ্যে দূরত্ব $15\sqrt{3}$ মিটার।

8. দুটি খুঁটি 120 মিটার দূরত্বের ব্যবধানে অবস্থিত এবং একটির উচ্চতা অপরটির দ্বিগুণ। যদি উভয়ের পাদবিন্দু সংযোজক সরলরেখার মধ্যবিন্দু থেকে খুঁটি দুটির মাথার উন্নতি কোণ দুটি পরস্পর পূরক হয়। তাহলে ক্ষুদ্রতর খুঁটিটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

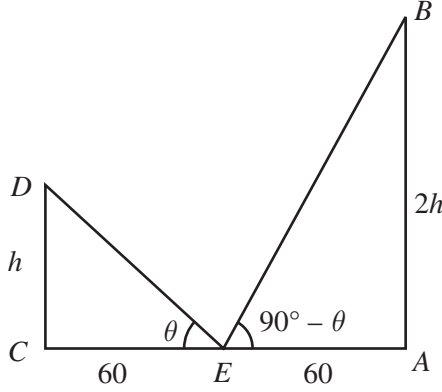
উত্তরঃ মনেকরি, AB ও CD হল দুটি খুঁটি যেখানে $AB = 2CD$ ।

E হল AC -এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore AC = 120 \text{ মিটার।}$$

$$CE = \frac{1}{2} \times 120 \text{ মিটার} = 60 \text{ মিটার}$$

মনেকরি, $CD = h$ মিটার



$$\angle CED = \theta$$

$$AB = 2h \text{ মিটার এবং } \angle AEB = 90^\circ - \theta$$

এখন, $\triangle ABE$ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{2h}{60}$$

$$\text{বা, } \cot \theta = \frac{h}{30} \quad \dots(i)$$

আবার, সমকোণী $\triangle CDE$ থেকে পাই,

$$\cot \theta = \frac{CE}{CD} = \frac{60}{h} \quad \dots(ii)$$

(1) ও (2) থেকে পাই,

$$\frac{h}{30} = \frac{60}{h} \text{ বা, } h^2 = 30 \times 60$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{30 \times 60} = \sqrt{30 \times 30 \times 2} = 30\sqrt{2}$$

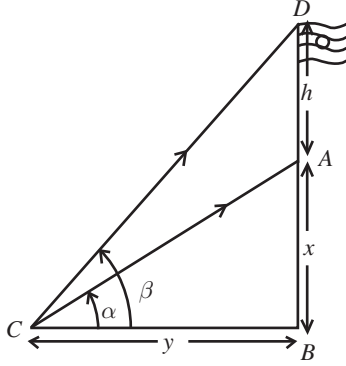
$\therefore$ ক্ষুদ্রতর খুঁটিটির নির্ণেয় উচ্চতা $30\sqrt{2}$ মিটার।

9. আনুভূমিক তলের ওপর অবস্থিত একটি উল্লম্ব টাওয়ারের ওপর h উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পতাকা দণ্ড খাড়া রাখা আছে। ওই তলের কোনো বিন্দুতে পতাকা দণ্ডের পাদদেশ ও শীর্ষের উন্নতি কোণ যথাক্রমে α ও β । প্রমাণ করো টাওয়ারের উচ্চতা $\frac{h \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$

উত্তর: ধরি, AB টাওয়ারের উচ্চতা x একক।

আনুভূমিক তলের ওপর C বিন্দু থেকে টাওয়ারের ভূমির দূরত্ব $BC = y$ একক।

$AD =$ পতাকা দণ্ড $= h$ একক।



সমকোণী $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$$\frac{AB}{BC} = \tan \alpha \Rightarrow \frac{x}{y} = \tan \alpha$$

$$\text{বা, } y = \frac{x}{\tan \alpha} \quad \dots (i)$$

আবার, সমকোণী $\triangle DBC$ থেকে পাই,

$$\tan \beta = \frac{BD}{BC} = \frac{x+h}{y}$$

$$\text{বা, } y = \frac{x+h}{\tan \beta} \quad \dots (ii)$$

(i) নং ও (ii) নং থেকে পাই,

$$\frac{x}{\tan \alpha} = \frac{x+h}{\tan \beta}$$

$$\text{বা, } x \tan \beta = x \tan \alpha + h \tan \alpha$$

$$\text{বা, } x (\tan \beta - \tan \alpha) = h \tan \alpha$$

$$\text{বা, } x \frac{h \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha} = \text{টাওয়ারের উচ্চতা (Proved)}$$



6

রাশি বিজ্ঞান

গড়

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. $\sum_{i=1}^{10} (10 \times i)$ -এর মান নির্ণয় করো।

উত্তরঃ $\sum_{i=1}^{10} (10 \times i) = 10 \times 1 + 10 \times 2 + \dots + 10 \times 10$

$$= 10 (1 + 2 + \dots + 10) = 10 \times 55 = 550$$

2. যদি $u_i = \frac{x_i - 25}{2}$, $\sum f_i u_i = 20$ এবং $\sum f_i = 100$ হয়, তাহলে $\bar{x}$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $u_i = \frac{x_i - 25}{2}$, $\sum f_i u_i = 20$, $\sum f_i = 100$

এখানে, $a = 25$, $h = 10$ [$\because u_i = \frac{x_i - a}{h}$]

$$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h = 25 + \frac{20}{100} \times 10 = 27$$

3. মান নির্ণয় করো $\sum_{i=1}^{10} (10 + i)$

উত্তরঃ $\sum_{i=1}^{10} (10 + i) = (10 + 1) + (10 + 2) + \dots + (10 + 10)$

$$= 10 \times 10 + (1 + 2 + \dots + 10)$$

$$= 100 + 55 = 155$$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার যৌগিক গড় 24 হলে, P -এর মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা (নম্বর)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ছাত্র সংখ্যা	15	20	35	P	10



উত্তরঃ

শ্রেণি সীমানা (নম্বর)	ছাত্র সংখ্যা f_i	মধ্যমান x_i	$f_i x_i$
0-10	15	5	75
10-20	20	15	300
20-30	35	25	875
30-40	P	35	$35P$
40-50	10	45	450
(মোট)	$\Sigma f_i = 80 + P$	$\Sigma f_i x_i = 1700 + 35P$	

$$\text{গড়} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1700 + 35P}{80 + P},$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{1700 + 35P}{80 + P} = 24$$

$$\text{বা, } 1700 + 35P = 1920 + 24P$$

$$\text{বা, } 11P = 220 \text{ বা, } P = \frac{220}{11} \text{ বা, } P = 20$$

$\therefore$ নির্ণেয় P -এর মান = 20 (Ans.)

2. নীচের তথ্যের গড় নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা : 10-এর কম	20-এর কম	30-এর কম	40-এর কম	50-এর কম	
ছাত্রী সংখ্যা:	5	9	17	29	45

উত্তরঃ ধরি, $a = 25$

শ্রেণি সীমানা (নম্বর)	ছাত্রী সংখ্যা f_i	মধ্যমান x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h} = \frac{x_i - 25}{10}$	$f_i u_i$
0-10	5	5	-2	-10
10-20	$9 - 5 = 4$	15	-1	-4
20-30	$17 - 9 = 8$	$25 = a$	0	0
30-40	$29 - 17 = 12$	35	1	12
40-50	$45 - 29 = 16$	45	2	32
(মোট)	$\Sigma f_i = 45$			$\Sigma f_i u_i = 30$



$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় গড় } (\bar{x}) &= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h = 25 + \frac{30}{48} \times 10 = 25 + \frac{20}{3} \\ &= \frac{75 + 20}{3} = \frac{95}{3} = 31.67 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

3. নীচের তথ্যের গড় নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
ছাত্রী সংখ্যা	10	16	20	30	13	11

উত্তরঃ ধরি, $a = 45$

শ্রেণি সীমানা	ছাত্রী সংখ্যা f_i	মধ্যমান x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h} = \frac{x_i - 45}{10}$	$f_i u_i$
10-20	10	15	-3	-30
20-30	16	25	-2	-32
30-40	20	35	-1	-20
40-50	30	$45 = a$	0	0
50-60	13	55	1	13
60-70	11	65	2	22
মোট	$\sum f_i = 100$			$\sum f_i u_i = -47$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় গড় } (\bar{x}) &= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h = 45 + \frac{-47}{100} \times 10 = 45 + \frac{-47}{10} \\ &= \frac{450 - 47}{10} = \frac{403}{10} = 40.3 \end{aligned}$$

মধ্যমা

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. কিছু ছাত্রের বয়স (বছরে) হল, 6, 10, 5, 4, 9, 11, 20, 18 বয়সের মধ্যমা নির্ণয় করো।

উত্তরঃ মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 18, 20

এখানে $n = 8$ অর্থাৎ যুগ্ম।



$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় মধ্যমা} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n}{2} \text{তম পদ} + \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \text{তম পদ} \right\} \\ &= \frac{1}{2} = \{4\text{তম পদ} + 5\text{তম পদ}\} = \frac{1}{2} (9 + 10) = \frac{19}{2} = 9.5 \text{ বছর।}\end{aligned}$$

2. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 প্রদত্ত তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করো।

উত্তরঃ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15

এখানে $n = 11$ অর্থাৎ অযুগ্ম

$$\text{নির্ণেয় মধ্যমা} = \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{তম পদ} = \left(\frac{11+1}{2} \right) = 6 \text{ তম পদ} = 10$$

3. কেন্দ্রীয় প্রবণতার মাপক তিনটির নাম লেখো।

উত্তরঃ গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরু মান হল কেন্দ্রীয় প্রবণতার মাপক।

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে তথ্যটির মধ্যমা নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
পরিসংখ্যা	4	7	10	15	10	8	5

উত্তরঃ

শ্রেণিসীমানা	পরিসংখ্যা (f_i)	($cf <$)
0-10	4	4
10-20	7	$4 + 7 = 11$
20-30	7	$4 + 7 = 11$
20-30	10	$11 + 10 = 21$
30-40	15	$21 + 15 = 36$
40-50	10	$36 + 10 = 46$
50-60	8	$46 + 8 = 54$
60-70	5	$54 + 5 = 59 = n$

$$\therefore \text{অর্থাৎ } n = 59 \therefore \frac{n}{2} = \frac{59}{2} = 29.5$$

এখানে, 29.5-এর বেশি cf হল 36

মধ্যমা শ্রেণি = 30-40



$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় মধ্যমা} &= l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h = 30 + \frac{29.5 - 21}{15} \times 10 = 30 + \frac{8.5 \times 2}{3} \\ &= 30 + \frac{17}{3} = \frac{90 + 17}{3} = \frac{107}{3} = 35.67 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

5. নীচের তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা	1-5	6-10	10-15	16-20	21-25	26-30	31-35
পরিসংখ্যা	2	3	6	7	5	4	3

উত্তরঃ

শ্রেণিসীমানা	পরিসংখ্যা (f_i)	($cf <$)
0.5-5.5	2	2
5.5-10.5	3	2 + 3 = 5
10.5 - 15.5	6	5 + 6 = 11
15.5-20.5	7	11 + 7 = 18
20.5-25.5	5	18 + 5 = 23
25.5-30.5	4	23 + 4 = 27
30.5-35.5	3	27 + 3 = 30 = n

$$\therefore \text{অর্থাৎ } n = 30$$

$$\therefore \frac{n}{2} = 15$$

15-এর বেশি cf হল 18

$$\therefore \text{মধ্যমা শ্রেণি} = 15.5 - 20.5$$

$$\text{নির্ণেয় মধ্যমা} = l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$$

$$\text{or, } 15.5 + \frac{15 - 11}{7} \times 5 \text{ [}\because \text{এখানে, } l=15.5, \frac{n}{2} = 15, cf = 11, f = 7, h = 5\text{]}$$

31

$$\frac{155}{10} + \frac{20}{7} = \frac{217 + 40}{14} = \frac{257}{14} = 18.36 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$



6. নীচের তথ্যের মধ্যমা 32 হলে x ও y -এর মান নির্ণয় করো, যখন পরিসংখ্যার সমষ্টি 100।

শ্রেণি সীমানা	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	10	x	25	30	y	10

উত্তরঃ

শ্রেণিসীমানা	পরিসংখ্যা(f_i)	($cf <$)
0-10	10	10
10-20	x	$10 + x$
20-30	25	$10 + x + 25 = 35 + x$
30-40 30		$35 + x + 30 = 65 + x$
40-50	y	$65 + x + y$
50-60	10	$75 + x + y = n$

$$\because n = 100 \text{ সুতরাং, } 75 + x + y = 100$$

$$\text{বা, } x + y = 25 \quad \dots (i)$$

$$\text{আবার মধ্যমা} = 32$$

$$\text{মধ্যমা শ্রেণিটি হল} = 30 - 40$$

$$\therefore 32 = 1 + 15.5 - 20.5$$

$$\text{নির্ণেয় মধ্যমা} = l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$$

$$[\because \text{এখানে, } l = 30, \frac{n}{2} = 50, cf = 35 + x, f = 30, h = 10]$$

$$\text{বা, } 32 = 30 + \frac{50 - 35 - x}{30} \times 10$$

$$\text{বা, } 32 = 30 + \frac{15 - x}{3} \quad \text{বা, } 32 - 30 = \frac{15 - x}{3} \quad \text{বা, } 2 = \frac{15 - x}{3}$$

$$\text{বা, } 15 - x = 6 \quad \text{বা, } -x = 6 - 15 \quad \text{বা, } x = 9$$

$$x\text{-এর মান (i) নং-এ বসিয়ে পাই,}$$

$$9 + y = 25 \quad \text{বা, } y = 25 - 9 \quad \text{বা, } y = 16$$



সংখ্যাগুরুমান

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. 2, 3, 5, 6, 2, 4, 2, 8, 9, 4, 5, 4, 7, 4, 4 তথ্যের সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

উত্তরঃ মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9

এখানে 4 সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশিবার আছে। তথ্যটির সংখ্যাগুরু মান = 4

2. যৌগিক গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরুমানের মধ্যে বিশেষ একটি সম্পর্ক আছে। সেটি উল্লেখ করো।

উত্তরঃ সংখ্যাগুরুমান = $3 \times \text{মধ্যমা} - 2 \times \text{যৌগিক গড়}$

নম্বর	10-এর কম	20-এর কম	30-এর কম কম	40-এর কম	50-এর কম
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	3	12	27	57	75

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন ছক থেকে সংখ্যাগুরু শ্রেণিটি লেখো।

নম্বর ছাত্রছাত্রীর	সংখ্যা
0-10	3
10-20	$12-3 = 9$
20-30	$27-12 = 15$
30-40	$57-27 = 30$
40-50	$75-57 = 18$

$\therefore$ সংখ্যাগুরু শ্রেণিটি হল = $30 - 40$

4. $x + 1, x + 2, x - 3, x + 4, x + 2$ তথ্যের সংখ্যাগুরুমান 15 হলে, x -এর মান কত?

উত্তরঃ এখানে $x + 2$ দুইবার আছে। $\therefore$ সংখ্যাগুরুমান = $x + 2$

$\therefore x + 2 = 15$ বা, $x = 13$

২. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৪

1. নীচের রাশিতথ্য থেকে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি	3-6	6-9	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24
পরিসংখ্যা	2	6	12	24	21	12	3



উত্তরঃ

শ্রেণি	পরিসংখ্যা (f_i)
3-6	2
6-9	6
9-12	12
12-15	24
15-18	21
18-21	12
21-24	3

এখানে সবথেকে বেশি পরিসংখ্যা = 24

সংখ্যাগুরু শ্রেণি = 12 - 15

$$\text{তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান} = l + \frac{f_i - f_0}{2f_i - f_0 - f_2} \times h$$

$$[\because l = 12, h = 24, f_0 = 12, f_2 = 21, h = 3]$$

$$= 12 + \frac{24 - 12}{2 \times 24 - 12 - 21} \times 3$$

$$= 12 + \frac{12}{48 - 33} \times 3$$

$$= 12 + \frac{12}{15} \times 3 = \frac{60 + 12}{5} = \frac{72}{5} = 14.4$$

2. নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
পরিসংখ্যা	5	12	18	28	17	12	8

উত্তরঃ

শ্রেণি	পরিসংখ্যা (f_i)
0-5	5
5-10	12
10-15	18
15-20	28
20-25	17
25-30	12
30-35	8



এখানে সবথেকে বেশি পরিসংখ্যা = 28

সংখ্যাগুরু শ্রেণি = 15 – 20

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় সংখ্যাগুরু মান} &= 1 + \frac{f_i - f_0}{2f_i - f_0 - f_2} \times h \\&[\therefore l = 15, h = 28, f_0 = 18, f_2 = 17, h = 5] \\&= 15 + \frac{28 - 18}{2 \times 28 - 18 - 17} \times 3 \\&= 15 + \frac{10}{56 - 35} \times 5 \\&= 15 + \frac{10}{21} \times 5 \\&= 15 + \frac{50}{21} = \frac{365}{21} = 17.38\end{aligned}$$

3. নীচের প্রদত্ত রাশিতথ্য থেকে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

মান	10-এর	20-এর	30-এর	40-এর	50-এর	60-এর	70-এর	80-এর
	কম	কম	কম	কম	কম	কম	কম	কম
পরিসংখ্যা	4	16	40	76	96	112	120	125

উত্তরঃ

শ্রেণি সীমানা	পরিসংখ্যা (f_i)
0-5	4
10-20	10-4 = 12
20-30	40-16 = 24
30-40	76-40 = 36
40-50	96-76 = 20
50-60	112-96 = 16
60-70	120-112 = 8
70-80	125-120 = 5

এখানে সবথেকে বেশি পরিসংখ্যা = 36

সংখ্যাগুরু শ্রেণিটি হল = 30 – 40

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় সংখ্যাগুরু মান} &= 1 + \frac{f_i - f_0}{2f_i - f_0 - f_2} \times h = 30 + \frac{36 - 24}{2 \times 36 - 24 - 20} \times 10 \\&= 30 + \frac{12}{72 - 44} \times 10 = 30 + \frac{28}{12} \times 10 = 30 + \frac{30}{7} = 30 + 4.29 = 34.29\end{aligned}$$



7

জ্যামিতি

১. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-২

1. O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি। এবং তার জ্যার দৈর্ঘ্য 8 সেমি।
 O বিন্দু থেকে AB জ্যার দূরত্ব কত?

উত্তরঃ O থেকে AB -এর ওপর DC লম্ব টানা হল।

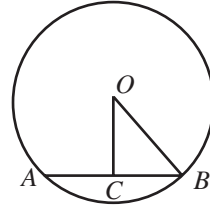
C হল AB -এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore AC = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ সেমি।}$$

OA = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 5 সেমি।

$$OC = \sqrt{OB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ সেমি।}$$

$\therefore O$ থেকে AB জ্যা-এর দূরত্ব 3 সেমি।



2. একটি বৃত্তের ব্যাস 10 সেমি এবং বৃত্তের কেন্দ্র থেকে জ্যা-এর দূরত্ব 4 সেমি হলে জ্যা-টির দৈর্ঘ্য কত?

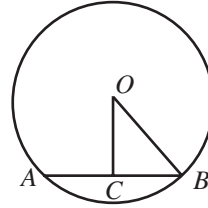
উত্তরঃ ধরা যাক, O কেন্দ্রীয় বৃত্তে

$$OB \text{ ব্যাসার্ধ} = \frac{10}{2} = 5 \text{ সেমি।}$$

$OC \perp AB$ এবং $OC = 4$ সেমি।

$$BC = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ সেমি।}$$

$\therefore AB = 2AC = 2 \times 3 = 6$ সেমি।



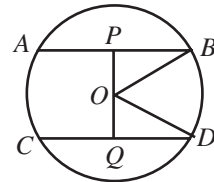
3. O কেন্দ্রীয় বৃত্তে 6 সেমি ও 8 সেমি দৈর্ঘ্যের দুটি জ্যা যদি ছোটো দৈর্ঘ্যের জ্যাটির বৃত্তের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব 4 সেমি হয় তাহলে অপর জ্যা-টি কেন্দ্র থেকে দূরত্ব কত?

উত্তরঃ ধরি, চিত্রে AB হল বড়ো, জ্যা

যার দৈর্ঘ্য $(AB) = 8$ সেমি এবং CD হল

ছোটো জ্যা-যার দৈর্ঘ্য 6 সেমি।

$\therefore OQ = 4$ সেমি।





$OP \perp AB$, $OQ \perp CD$ এবং $AP = PB = 4$ সেমি।

হল CD -এর মধ্যবিন্দু।

$$QD = \frac{6}{2} = 3 \text{ সেমি।}$$

$$OD = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{25 - 16} = 3 \text{ সেমি।}$$

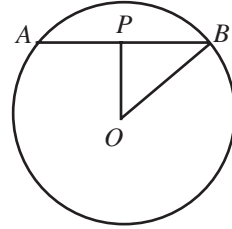
$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব = 3 সেমি।

4. O কেন্দ্রীয় বৃত্তের ভিতর P যে-কোনো একটি বিন্দু। বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং $OP = 3$ সেমি হলে P বিন্দুগামী যে জ্যাটির দৈর্ঘ্য ন্যূনতম তা নির্ণয় করো।

উত্তরঃ O কেন্দ্রীয় বৃত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ (OB) = 5 সেমি।

$$BP = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ সেমি}$$

ন্যূনতম জ্যাটির দৈর্ঘ্য = $4 \times 2 = 8$ সেমি।



5. ABC সমবিন্দু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র O এবং $\angle ABC = 120^\circ$; বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি হলে AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ ধরা যাক, ABC সমবিন্দু ত্রিভুজ যার $\angle ABC = 120^\circ$

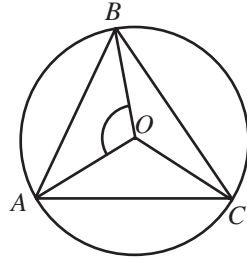
$$\angle BAC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 2 \times \angle ACB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

আবার, $OA = OB$

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$\triangle AOB$ হল সমবাহু: AB বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 সেমি।



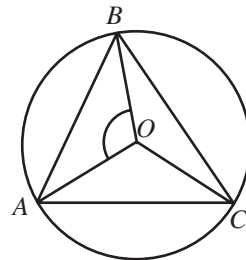
6. একটি বৃত্তে দুটি জ্যা AB এবং AC পরস্পর লম্ব। $AB = 4$ সেমি ও $AC = 3$ সেমি হলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ চিত্রে $AB \perp AC$

$\triangle ABC$ হল সমকোণী ত্রিভুজ।

$$BC = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ সেমি।}$$

$$\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ সেমি।}$$





7. O কেন্দ্রীয় বৃত্তে O থেকে 10 সেমি দূরত্বে অবস্থিত P বিন্দু থেকে PT স্পর্শক আঁকা হল এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সেমি হলে PT স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত?

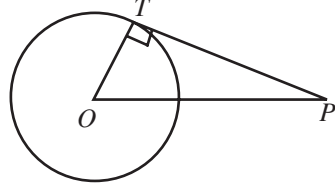
উত্তরঃ O কেন্দ্রীয় বৃত্তের OT ব্যাসার্ধ এবং PT স্পর্শক।

$$OT \perp PT$$

সমকোণী $\triangle POT$ থেকে পাই,

$$\begin{aligned} PT &= \sqrt{(10)^2 - (5)^2} \\ &= \sqrt{100 - 25} \\ &= \sqrt{75} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

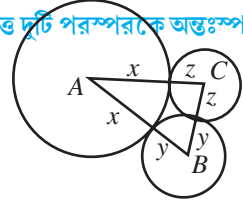
$\therefore PT$ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য = $5\sqrt{3}$ সেমি।



8. দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 3.5 সেমি ও 2 সেমি। বৃত্ত দুটি পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করে। বৃত্তদুটির কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত?

উত্তরঃ দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 3.5 সেমি ও 2 সেমি।

$$\begin{aligned} \therefore \text{বৃত্ত দুটির কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব} &= (3.5 - 2) \text{ সেমি} \\ &= 1.5 \text{ সেমি।} \end{aligned}$$



$$OT \perp PT$$

9. তিনটি অসমান A, B ও C কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে। যদি $AB = 5$ সেমি, $BC = 7$ সেমি এবং $CA = 6$ সেমি হয়, তাহলে A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ $AB = 5$ সেমি; $BC = 7$ সেমি; $CA = 6$ সেমি;

ধরি, A, B ও C কেন্দ্রবিশিষ্ট তিনটির ব্যাসার্ধ x, y ও z একক।

$$x + y = 5 \quad \dots (i)$$

$$y + z = 7 \quad \dots (ii)$$

$$z + x = 6 \quad \dots (iii)$$

(i) + (ii) + (iii) করে পাই,

$$2(x + y + z) = 18$$

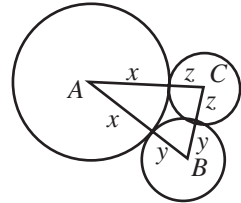
$$\text{বা, } x + y + z = 9 \quad \dots (iv)$$

(iv) - (ii) করে পাই,

$$x = 9 - 7 = 2$$

$\therefore A$ কেন্দ্রীয় বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = 2 সেমি।

দৈর্ঘ্যের $(BP) = 12$ সেমি। বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

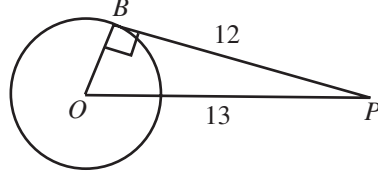




10. O কেন্দ্রীয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 13 সেমি দূরত্বে একটি বিন্দু P থেকে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে P বিন্দুর দূরত্ব = 13 সেমি;

$$\begin{aligned} & \text{স্পর্শকের দৈর্ঘ্য (OB)} \\ &= \sqrt{(13)^2 - (12)^2} \\ &= \sqrt{169 - 144} \\ &= \sqrt{25} = 5 \text{ সেমি।} \end{aligned}$$



11. ABC -এর BC বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। যদি $PB = AQ$, $AP = 9$ একক, $BC = 4$ একক। হলে PB -এর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ $PB = AQ = x$ একক; $AP = 9$ একক;

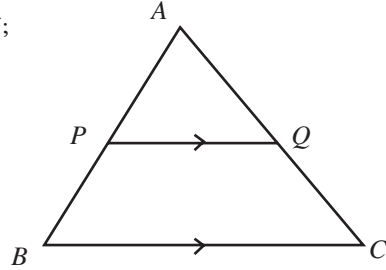
$$QC = 4 \text{ একক;}$$

থ্যালাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \text{ বা, } \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \text{ বা, } x^2 = 36$$

$$\text{বা, } x = 6$$

$$\therefore PB\text{-এর দৈর্ঘ্য} = 6 \text{ একক।}$$



12. পাশের চিত্রে $LM \parallel AB$ এবং $AL = (2x + 3)$ একক; $AC = 2x$ একক; $BM = (x - 2)$ একক এবং $BC = (2x + 3)$ একক হলে x -এর মান নির্ণয় করো।

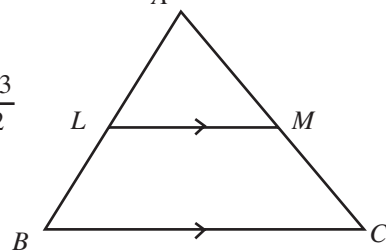
উত্তরঃ $\therefore LM \parallel AB$

$$\therefore \frac{AC}{AL} = \frac{BC}{BM} \text{ বা, } \frac{2x}{x-3} = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$\text{বা, } 2x(x-2) = (x-3)(2x+3)$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 4x = 2x^2 - 3x - 9$$

$$\text{বা, } x = 9 \quad \therefore x\text{-এর মান } 9।$$



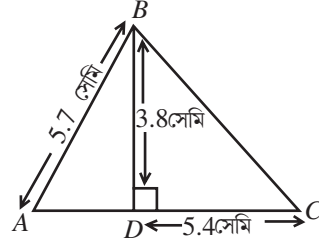
13. ABC একটি ত্রিভুজ $\angle ABC = 90^\circ$ এবং $BD \perp AC$ । যদি $AB = 5.7$ সেমি; $BD = 3.8$ সেমি এবং $CD = 5.4$ সেমি। হয় তাহলে BC -এর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ $\triangle ABC$ -এর $\angle ABC = 90^\circ$; $AB = 5.7$ সেমি, $BD = 3.8$ সেমি, $CD = 5.4$

$$\triangle ABD \sim \triangle BDC \text{ সদৃশ}$$



$$\begin{aligned}\frac{AB}{BC} &= \frac{BD}{CD} \\ \Rightarrow \frac{5.7}{BC} &= \frac{3.8}{5.4} \\ \Rightarrow BC &= \frac{5.7 \times 5.4}{3.8} \\ &= 8.1 \text{ সেমি।}\end{aligned}$$



14. $\triangle ABC$ -এর $\angle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $AB = 8$ সেমি; $BD = 3.8$ সেমি এবং $CD = 5.4$ সেমি, $AC = 6$ সেমি, $AD = 4.8$ সেমি হলে, BD -এর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ $\triangle ABC$ -এর $\angle A = 90^\circ$;

$AB = 8$ সেমি,

$AC = 6$ সেমি,

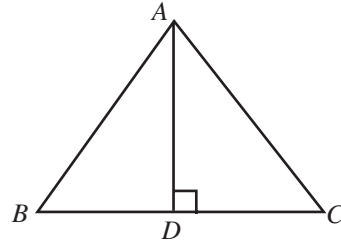
$AD = 4.8$ সেমি। $BD = ?$

$$\begin{aligned}\therefore BC &= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} \\ &= \sqrt{100} = 10 \text{ সেমি।}\end{aligned}$$

$AD \perp BC$

আবার, $(AB)^2 = BC \cdot BD$

$$\text{বা, } (8)^2 = 10 \times BD \text{ বা, } BD = \frac{64}{10} = 6.4 \text{ সেমি।}$$



15. $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের $BC \parallel AD$, এবং $AD = 4$ সেমি AC ও BD কর্ণদ্বয় এমনভাবে O বিন্দুতে ছেদ করে যে, $\frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB} = \frac{1}{2}$ হয়। BC -এর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ চিত্রে $AD = 4$ সেমি।

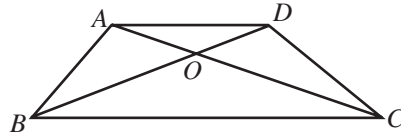
$$\frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB} = \frac{1}{2}$$

$\triangle AOD$ ও $\triangle BOC$ সদৃশ্য

$$\frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB} = \frac{AD}{BC}$$

$$\text{কিন্তু } \frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \text{ বা, } \frac{4}{BC} = \frac{1}{2} \text{ বা, } BC = 8 \text{ সেমি।}$$





16. কোনো রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 সেমি ও 16 সেমি। রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

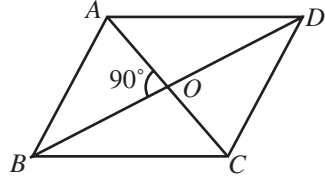
উত্তরঃ ধরি, $ABCD$ রম্বসের AC কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি ও BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 16 সেমি।
আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$$\therefore AO = OC = 6 \text{ সেমি}, BO = OD = 8 \text{ সেমি},$$

এখন, সমকোণী $\triangle AOB$ থেকে পাই,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(6)^2 - (8)^2} \\ &= \sqrt{36 + 64} \\ &= \sqrt{100} = 10 \text{ সেমি।} \end{aligned}$$

$\therefore$ একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 10 সেমি।



17. 10 সেমি বাহুবিশিষ্ট কোনো রম্বসের কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে, রম্বসটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ ধরি, $ABCD$ রম্বসের AC কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি।

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

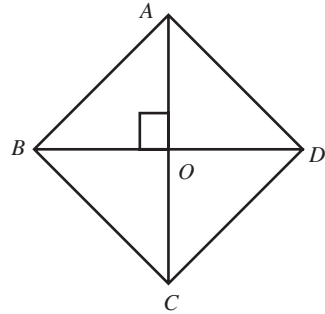
$$\therefore AO = OC = 6 \text{ সেমি},$$

একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 10 সেমি।

এখন, সমকোণী $\triangle AOB$ -এর

$$\begin{aligned} OB &= \sqrt{(10)^2 - (6)^2} \\ &= \sqrt{100 - 36} \\ &= \sqrt{64} = 8 \text{ সেমি।} \end{aligned}$$

$\therefore$ অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য = $2 \times 8 = 16$ সেমি।



18. ABC ত্রিভুজের $AB = (2a - 1) \text{ cm}$, $AC = 2\sqrt{2a}$ এবং $BC = (2a + 1) \text{ সেমি}$ হলে, $\angle ABC$ -এর মান কত?

উত্তরঃ $\triangle ABC$ -এর $AB = (2a - 1) \text{ cm}$,

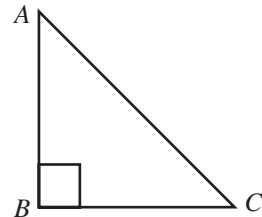
$$AC = 2\sqrt{2a} \text{ এবং } BC = (2a + 1) \text{ সেমি}$$

$$\text{এখন, } (AB)^2 = (2a - 1)^2 = 4a^2 - 4a + 1$$

$$(AC)^2 = (2\sqrt{2a})^2 = 4a^2 - 4a + 1$$

$$\therefore (AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$$

পিথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্য থেকে পাই, $\angle BAC = 90^\circ$





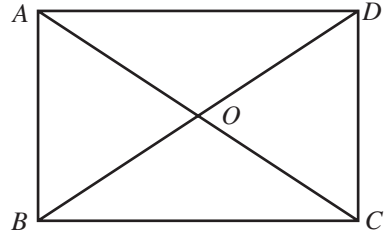
19. $ABCD$ আয়তাকার চিত্রের অভ্যন্তরে বিন্দু এমনভাবে অবস্থিত যে $OB = 6$ সেমি, $OD = 8$ সেমি $OA = 5$ সেমি হলে, OC -এর দৈর্ঘ্য কত?

উত্তরঃ চিত্রে $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের

$$OB = 6 \text{ সেমি;}$$

$$OD = 8 \text{ সেমি;}$$

$$OA = 5 \text{ সেমি; } OC = ?$$



$$\text{আমরা জানি, } OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$$

$$\text{বা, } 5^2 + OC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$\text{বা, } OC^2 = 100 - 25$$

$$\text{বা, } OC^2 = 75 \text{ বা, } OC = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore OC\text{-এর দৈর্ঘ্য} = 5\sqrt{3} \text{ সেমি।}$$

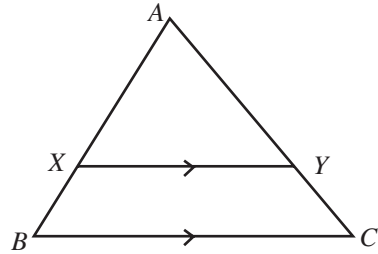
20. চিত্রে $PX = 2$ একক, $XQ = 3.5$ একক $YR = 7$ একক এবং $PY = 4.25$ একক, হলে XY ও QR পরস্পর সমান্তরাল হবে কিনা লেখো?

উত্তরঃ এখন XY সরলরেখা যদি BC -এর সমান্তরাল হয়, তাহলে $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR}$ হবে।

$$\therefore \frac{PX}{XQ} = \frac{2}{3.5} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

$$\therefore \frac{PY}{YR} = \frac{4.25}{7} = \frac{425}{700} = \frac{17}{28}$$

$$\therefore \frac{PX}{XQ} \neq \frac{PY}{YR} \therefore XY \nparallel QR$$



উপপাদ্য

১. রচনাধর্মী প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৫

1. বৃত্তের ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যা যদি ওই বৃত্তের কেন্দ্রগামী কোনো সরলরেখার দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তবে ওই সরলরেখা ওই জ্যার ওপর লম্ব হবে।

উত্তরঃপ্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তে AB ব্যাস নয়, এরূপ একটি জ্যা। D , AB -এর মধ্যবিন্দু অর্থাৎ

$$AD = BD$$



প্রমাণ্য: $OD \perp AB$ অর্থাৎ OD , AB -এর ওপর লম্ব।

অঙ্কন: O , A এবং O , B যুক্ত করা হল।

প্রমাণ: $\triangle ODA$ ও $\triangle ODB$ -এর

(i) $OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

(ii) $AD = BD$ [$\because D$, AB -এর মধ্যবিন্দু]

(iii) OD সাধারণ বাহু

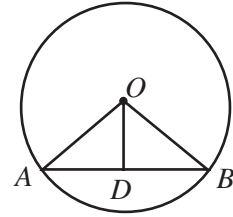
$\triangle ODA \cong \triangle ODB$ [S-S-S সর্বসমতার সূত্র অনুযায়ী]

$\therefore \angle ODA = \angle ODB$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

কিন্তু এরা পাশাপাশি অবস্থিত দুটি সন্নিহিত কোণ তাদের যোগফল 2 সমকোণ।

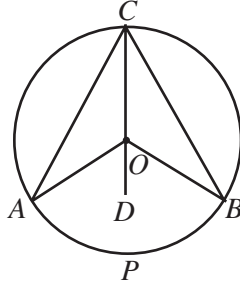
$\therefore \angle ODA = \angle ODB = 1$ সমকোণ।

$\therefore OD \perp AB$ (প্রমাণিত)

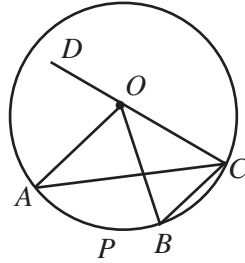


2. কোনো বৃত্তের একটি বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণ ওই চাপের দ্বারা গঠিত বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

উত্তর: প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তে APB বৃত্তচাপের দ্বারা সৃষ্ট কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOB$ এবং পরিধিস্থ বা বৃত্তস্থ কোণ $\angle ACB$ ।



চিত্র-1



চিত্র-2

প্রমাণ্য: $\angle AOB = 2\angle ACB$

অঙ্কন: C , D যুক্ত করে, D পর্যন্ত বর্ধিত করা হল।

প্রমাণ: $\triangle AOC$ -এর ক্ষেত্রে $OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\angle OAC = \angle OCA$

আবার, $\triangle AOC$ -এর OC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করায়

উৎপন্ন বহিস্থ $\angle AOD =$ দূরবর্তী অন্তঃস্থ $(\angle OAC + \angle OCA) = 2\angle OCA$

[$\because \angle OAC = \angle OCA$]



$$\therefore \angle AOD = 2 \angle OCA \quad \dots (i)$$

$$\text{অনুরূপে, } \triangle BOC\text{-এর ক্ষেত্রে, } \angle BOD = 2 \angle OCB \quad \dots (ii)$$

চিত্র-1-এর ক্ষেত্রে,

$$\angle AOD + \angle BOD = 2\angle OCA + 2\angle OCB$$

$$\text{বা, } \angle AOB = 2(\angle OCA + \angle OCB) [(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং থেকে}] = 2\angle ACB$$

$$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB \text{ (প্রমাণিত)}$$

চিত্র-2-এর ক্ষেত্রে,

$$\angle BOD - \angle AOD = 2\angle OCB - 2\angle OCA [(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং থেকে পাই}]$$

$$\text{বা, } \angle AOB = 2(\angle OCB - \angle OCA) = 2\angle ACB$$

$$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB \text{ (প্রমাণিত)}$$

3. প্রমাণ করো অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

উত্তরঃ প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB একটি ব্যাস এবং পরিধির ওপর C যে-কোনো একটি বিন্দু অর্থাৎ $\angle ACB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

$$\text{প্রমাণ্য: } \angle ACB = 1 \text{ সমকোণ}$$

প্রমাণ: O কেন্দ্রীয় বৃত্তে $\widehat{APB}$ বৃত্তচাপের দ্বারা সৃষ্ট কেন্দ্রস্থ সম্মুখস্থ কোণ $\angle AOB$ এবং বৃত্তাংশস্থ সম্মুখস্থ কোণ $\angle ACB$ ।

$$\therefore \angle AOB = 2 \angle ACB \quad \dots (i)$$

$\angle AOB$ ব্যাস একটি সরলরেখাংশ।

$$\text{সুতরাং, } \angle AOB = 1 \text{ সরলকোণ} = 2 \text{ সমকোণ}$$

$$\therefore 2\angle ACB = 2 \text{ সমকোণ}$$

$$\therefore 2\angle ACB = 1 \text{ সমকোণ (প্রমাণিত)}$$

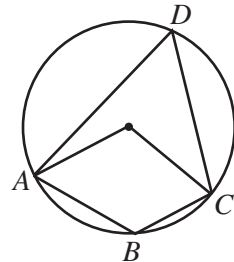
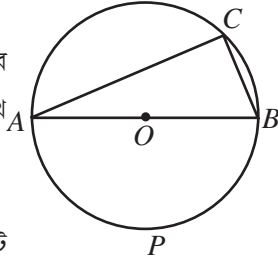
4. প্রমাণ করো বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক।

উত্তরঃ প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তে $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

$$\text{প্রমাণ্য: (i) } \angle ABC + \angle ADC = 2 \text{ সমকোণ}$$

$$(ii) \angle BAD + \angle BCD = 2 \text{ সমকোণ}$$

অঙ্কন: O, A ও O, C যুক্ত করা হল।





প্রমাণ: $\widehat{ABC}$ বৃত্তচাপের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$

$$\therefore \angle AOC = 2 \angle ADC \quad \dots (i)$$

আবার, $\widehat{ADC}$ বৃত্তচাপের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ প্রবৃত্ত $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$

$$\text{প্রবৃত্ত } \angle AOC = 2 \angle ABC \quad \dots (ii)$$

(i) নং ও (ii) নং থেকে পাই,

$$2\angle ADC + 2\angle ABC = \angle AOC + \text{প্রবৃত্ত } \angle AOC$$

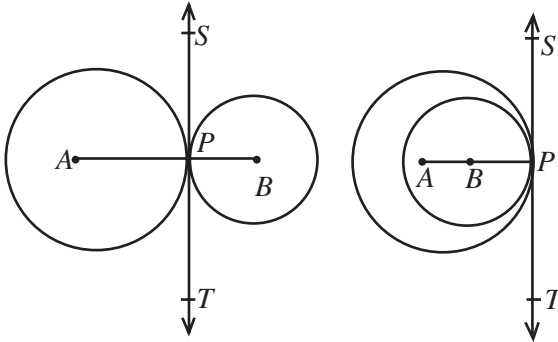
$$\text{বা, } 2(\angle ADC + \angle ABC) = 4 \text{ সমকোণ}$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 2 \text{ সমকোণ (প্রমাণিত)}$$

অনুব্রূপে, O, B ও O, D যুক্ত করে প্রমাণ করা যায় $\angle BAD + \angle BCD = 2 \text{ সমকোণ}$ (প্রমাণিত)

5. যদি দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করে তাহলে স্পর্শবিন্দুটি কেন্দ্র দুটির সংযোজক সরলরেখাংশের ওপর অবস্থিত হবে— প্রমাণ করো।

উত্তরঃ প্রদত্ত: A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রামাণ্য: A, P, B সমরেখ।

অঙ্কন: A, P ও B, P যুক্ত করা হল।

প্রমাণ: A ও B কেন্দ্রীয় বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। সুতরাং P বিন্দুতে উভয়বৃত্তের একটি সাধারণ স্পর্শক আছে।

ধরা যাক, এরূপ সাধারণ স্পর্শকটি হল $\overleftrightarrow{ST}$ ।

এখন, A কেন্দ্রীয় বৃত্তের $\overleftrightarrow{SPT}$ স্পর্শক এবং AP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

$$AP \perp \overleftrightarrow{ST}$$

আবার, B কেন্দ্রীয় বৃত্তের $\overleftrightarrow{SPT}$ স্পর্শক এবং BP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।



$$\therefore BP \perp \overleftrightarrow{ST}$$

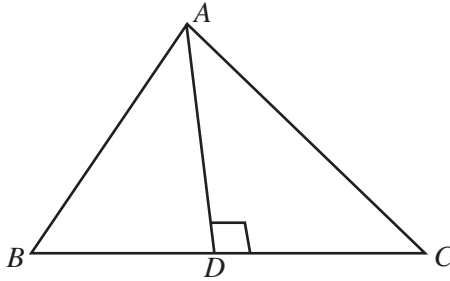
$\therefore AP$ ও BP একই সরলরেখা $\overleftrightarrow{ST}$ এর ওপর P বিন্দুতে লম্ব।

$\therefore AP$ ও BP একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অর্থাৎ A , P ও B সমরেখ। (প্রমাণিত)

6. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃতি করো এবং প্রমাণ করো।

উত্তরঃ বিবৃতি: যে কোনো ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।



প্রদত্ত : একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার সমকৌণিক বিন্দু A অর্থাৎ $\angle A$ সমকোণ।

প্রামাণ্য: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

অঙ্কন: সমকৌণিক বিন্দু A থেকে অতিভুজের অর্থাৎ BC -এর ওপর AD লম্ব অঙ্কন করা হল যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ: সমকোণী ত্রিভুজ ABC -এর অতিভুজ BC এর ওপর AD লম্ব।

$\therefore \triangle ABD$ ও $\triangle ABC$ পরস্পর সদৃশ।

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} \text{ বা, } AB^2 = BC \cdot BD \quad \dots(i)$$

আবার, $\triangle ACD$ ও $\triangle ABC$ পরস্পর সদৃশ

$$\frac{AC}{BC} = \frac{DC}{AC} \text{ বা, } AC^2 = BC \cdot DC \quad \dots(ii)$$

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$AB^2 + AC^2 = BC \cdot BD + BC \cdot DC = BC(BD + DC) = BC \cdot BC = BC^2$$

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

উপপাদ্যের প্রয়োগ

১. ব্যাখ্যামূলক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৩

1. বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য:

(i) প্রমাণ করো ব্যাসই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

উত্তরঃ প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তে MN ব্যাস নয়, এমন যে

কোনো একটি জ্যা এবং AC একটি ব্যাস।

প্রামাণ্য: $AC > MN$

অঙ্কন: কেন্দ্র O থেকে জ্যা MN -এর ওপর OD

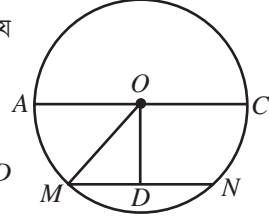
লম্ব অঙ্কন করা হল। O, M যুক্ত করা হল।

প্রমাণ: $OM > MD$ [$\because OND$ সমকোণী ত্রিভুজ, ON অতিভুজ]

বা, $OA > MD$ [$\because OA = OM$]

বা, $\frac{1}{2} AC > \frac{1}{2} MN$

বা, $AC > MN$ (প্রমাণিত)



(ii) প্রমাণ করো বৃত্তের দুটি সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

উত্তরঃ প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তে AB ও CD দুটি সমান দৈর্ঘ্যের জ্যা। কেন্দ্র O থেকে AB

ও CD -এর দূরত্ব OE ও OF অর্থাৎ

$OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$ ।

প্রামাণ্য: $OE = OF$,

অঙ্কন: O, A ও O, C যুক্ত করা হল।

প্রমাণ: $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$ ।

$AE = \frac{1}{2} AB$ এবং $CF = \frac{1}{2} CD$

আবার, $AB = CD$

$\therefore AE = CF$

... (i)

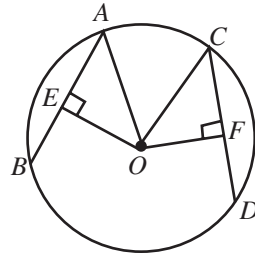
সমকোণী $\triangle AEO$ ও সমকোণী $\triangle OFC$ তে $\angle OEA = \angle OFC$

অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OC

$AE = CF$

$\triangle AEO \cong \triangle CFO$ [R-H-S সর্বসমতার শর্তানুসারে]

$OE = OF$ (প্রমাণিত)





2. বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য:

(i) প্রমাণ করো যে, অর্ধবৃত্তাংশস্থ অপেক্ষা বৃহত্তর বৃত্তাংশ কোণ সূক্ষ্মকোণ।

উত্তর: প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তের ACB বৃত্তাংশ অর্ধবৃত্তাংশস্থ অপেক্ষা বৃহত্তর।

প্রামাণ্য: $\angle ACB$ সূক্ষ্মকোণ।

প্রমাণ: $\therefore ACB$ বৃত্তাংশ অর্ধবৃত্তাংশস্থ অপেক্ষা বৃহত্ত বৃত্তাংশস্থ।

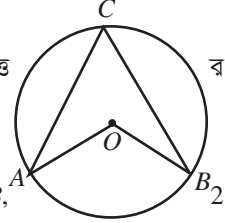
$\therefore \widehat{ADB}$ একটি উপচাপ।

$\therefore ADB$ উপচাপের দ্বারা গঠিত কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOB$, সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

আবার, ADB উপচাপের দ্বারা গঠিত পরিধিস্থ কোণ

$\angle ACB, \angle AOB < 180^\circ$ অর্থাৎ $2\angle ACB < 180^\circ \therefore \angle ACB < 90^\circ$

$\therefore \angle ACB$, 1 সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর অর্থাৎ $\angle ACB$ সূক্ষ্মকোণ।



3. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য:

(i) প্রমাণ করো বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি আয়তাকার চিত্র।

উত্তর: প্রদত্ত: $ABCD$ চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ সামান্তরিক।

প্রামাণ্য: $ABCD$ সামান্তরিক (আয়তাকার চিত্র)।

প্রমাণ: $ABCD$ একটি সামান্তরিক।

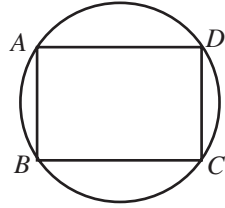
$\angle ABC = \angle ADC$

আবার, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

সুতরাং, $2\angle ABC = 180^\circ$ বা, $\angle ABC = 90^\circ$ [$\therefore \angle ABC = \angle ADC$]

$\therefore$ সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ।

$\therefore ABCD$ সামান্তরিকটি একটি আয়তাকার চিত্র। (প্রমাণিত)



(ii) প্রমাণ করো একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোনো বাহুকে বর্ধিত করলে যে, বহিঃস্থ কোণটি উৎপন্ন হয়, তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণের সমান হবে।

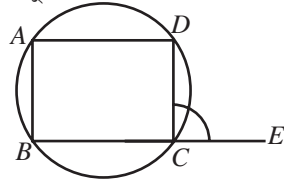
উত্তর: প্রদত্ত: $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের BC বাহুক E বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করায় $\angle DCE$ বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হলো।

প্রামাণ্য: $\angle DCE =$ বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle BAD$

প্রমাণ: $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

আবার, $\angle BCD + \angle BCE = 180^\circ$

সুতরাং, $\angle BAD + \angle BCD = \angle BCD + \angle DCE$ বা, $\angle DCE = \angle BAD$ (প্রমাণিত)





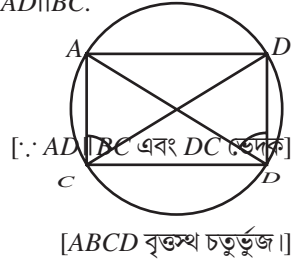
(iii) প্রমাণ করো বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম এবং কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান।

উত্তর: প্রদত্ত: $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম যার $AD \parallel BC$.

প্রমাণ্য: $AB = DC$ এবং $AC = BD$ ।

প্রমাণ: $\angle ADC = \angle DCB = 180^\circ$

আবার, $\angle BAD + \angle DCB = 180^\circ$



$$\therefore \angle ADC + \angle DCB = \angle BAD + \angle D$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BAD \quad \dots (i)$$

$\triangle BAD$ ও $\triangle ADC$ -এর মধ্যে $\angle BAD = \angle ADC$ [(i) নং এর সাহায্যে।]

$\angle ABD = \angle DCA$ [একই বৃত্তাংশস্থ কোণ]

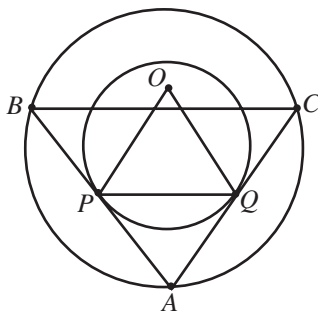
AD সাধারণ বাহু।

$\triangle BAD \cong \triangle ADC$ [সর্বসমতার A-A-S শর্তানুসারে।]

$\therefore AB = DC$ এবং $AC = BD$ (প্রমাণিত)

4. বৃত্তের স্পর্শক সংক্রান্ত উপপাদ্য:

(i) দুটি এককেন্দ্রীয় বৃত্তের বৃহত্তরটির AB ও AC জ্যা দুটি অপর বৃত্তকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করলে প্রমাণ করো $PQ = \frac{1}{2}BC$.



উত্তর: প্রদত্ত: দুটি এককেন্দ্রীয় বৃত্তের বৃহত্তরটির AB ও AC জ্যা দুটি অপর বৃত্তকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

প্রমাণ্য: O, P ও O, Q যুক্ত করা হল।

প্রমাণ: APB ও AQC দুটি O কেন্দ্রীয় ছোটো বৃত্তটির দুটি স্পর্শক এবং OP ও OQ স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।



$\therefore OP \perp AB$ এবং $OQ \perp AC$

$\therefore P, AB$ -এর এবং Q, AC -এর মধ্যবিন্দু।

$\triangle ABC$ -এর AB -এর মধ্যবিন্দু P এবং AC -এর মধ্যবিন্দু Q ।

$\therefore PQ \parallel BC$ এবং $PQ = \frac{1}{2} BC$ (প্রমাণিত)

(ii) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজ $ABCD$ হলে প্রমাণ করো।

$$AB + CD = BC + DA$$

উত্তর: প্রদত্ত: $ABCD$ চতুর্ভুজটি O কেন্দ্রীয় বৃত্তে A পরিলিখিত।

ধরি, AB, BC, CD ও DA বৃত্তটিকে P, Q, R, S বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

প্রামাণ্য: $AB + CD = BC + DA$

প্রমাণ: O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু A থেকে AS ও AP দুটি স্পর্শক।

$\therefore AS = AP$

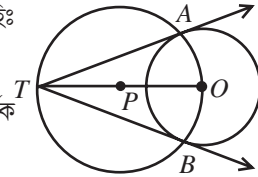
অনুরূপে $BP = BQ, CQ = CR$ এবং $DR = DS$

এখন, $AB + CD = AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS = (AS + DS) + (BQ + CQ) = AD + BC$ (প্রমাণিত)

(iii) প্রমাণ করো বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ওই বৃত্তে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।

উত্তর: প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তের T যে-কোনো একটি বহিঃস্থ বিন্দু।

প্রামাণ্য: T বিন্দু থেকে O কেন্দ্রীয় বৃত্ত দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।



অঙ্কন: T, O যুক্ত করা হল। TO কে ব্যাস করে

একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হল। যেহেতু, T বিন্দুটি O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু এবং O অন্তঃস্থ বিন্দু। সুতরাং TO কে ব্যাস করে অঙ্কিত বৃত্তটি O কেন্দ্রীয় বৃত্তকে দুটি বিন্দুতে ছেদ করবে। ধরি, ছেদবিন্দু দুটি A এবং $B; T, B; T, A; O, A; O, B$ যুক্ত করা হল।



প্রমাণ: $\angle OAT$ ও $\angle OBT$ প্রত্যেকে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

$\therefore \angle OAT = \angle OBT = 1$ সমকোণ

অর্থাৎ $OA \perp AT$ এবং $OB \perp BT$

TA ও TB যথাক্রমে OA এবং OB -এর ওপর A ও B বিন্দুতে লম্ব।

TA ও TB , O কেন্দ্রীয় বৃত্তে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে দুটি স্পর্শক।

$\therefore$ বহিঃস্থ বিন্দু থেকে একটি বৃত্ত দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়। (প্রমাণিত)

(iv) তিনটি সমান বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে। প্রমাণ করো ওই বৃত্ত তিনটির কেন্দ্রগুলি একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

উত্তর: প্রদত্ত: A, B ও C কেন্দ্র বিশিষ্ট তিনটি সমান বৃত্ত P, Q ও R বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে।

$A, B; B, C$ ও C, A যুক্ত করা হল।

প্রমাণ্য: $\triangle ABC$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

অঙ্কন: তিনটি বৃত্ত সমান। সুতরাং, তাদের ব্যাসার্ধ-এর সমান এবং প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য r (ধরি)।

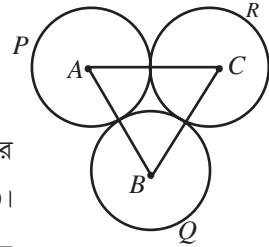
A ও B কেন্দ্রীয় বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে।

P বিন্দুটি A ও B বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখায় অবস্থিত A, P, B অর্থাৎ সমরেখ।

$\therefore AB = AP + BP = r + r = 2r$

অনুব্রূপে, $BC = 2r, CA = 2r$

$\triangle ABC$ -এর $AB = BC = CA$ $\triangle ABC$ হল সমবাহু। (প্রমাণিত)

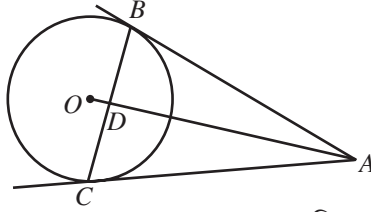


(v) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু A থেকে দুটি স্পর্শক টানা হল যারা বৃত্তকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে স্পর্শ করে। প্রমাণ করো AO, BC -এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

উত্তর: প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু A থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক AB ও AC টানা হয়েছে যারা বৃত্তকে B ও C বিন্দুতে স্পর্শ করে। AO, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ্য: AO, BC -এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ: O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ও AC -এর স্পর্শক।



সুতরাং, $AB = AC$ এবং AO , $\angle BAC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক

অর্থাৎ, $\angle BAD = \angle CAD$

$\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ তে $AB = AC$

$\angle BAD = \angle CAD$ এবং AD সাধারণ বাহু

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (S-A-S সর্বসমতার শর্ত অনুসারে)

সুতরাং, $BD = CD$ (সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু)

$\angle BDA = \angle CDA$ (সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ)

আবার, $\angle BDA + \angle CDA = 180^\circ$

বা, $2\angle BDA = 180^\circ$ [$\because \angle BDA = \angle CDA$]

$\therefore \angle BDA = 90^\circ$

সুতরাং, $AD \perp BC$

$\therefore AD$, BC -এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। (প্রমাণিত)

সদৃশ্যতা

- (i) একটি সরলরেখা $\triangle ABC$ -এর AB ও AC কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করল যে, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ হল। যদি $\angle ADE = \angle ACB$ হয়, প্রমাণকরো $\triangle ABC$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

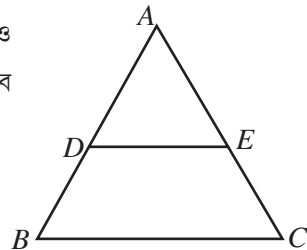
উত্তর: প্রদত্ত: $\triangle ABC$ -এর DE সরলরেখাংশ AB ও

AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে এমনভাবে

ছেদ করেছে যে, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ।

প্রামাণ্য: $\triangle ABC$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ: $\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$





সুতরাং, থ্যালাসের বিপরীত উপপাদ্য থেকে পাই, $DE \parallel BC$

অনুরূপে $\angle ADE = \angle ABC$... (i)

আবার, $\angle ADE = \angle ACB$... (ii)

(i) নং ও (ii) নং থেকে পাই,

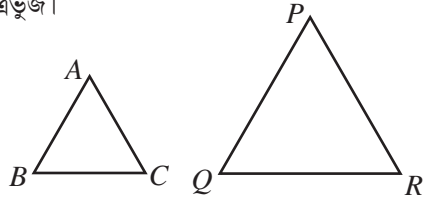
$$\angle ABC = \angle ACB$$

$\therefore AB = AC \therefore \triangle ABC$ হল সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

- (ii) প্রমাণ করো দুটি সদৃশ ত্রিভুজের পরিসীমা ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ বাহুগুলির সঙ্গে সমানুপাতী।

উত্তরঃ প্রদত্ত: ABC ও PQR দুটি সদৃশ ত্রিভুজ।

$$\begin{aligned} \text{প্রমাণঃ } \frac{\triangle ABC\text{-এর পরিসীমা}}{\triangle PQR\text{-এর পরিসীমা}} \\ = \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} \end{aligned}$$



প্রমাণঃ $\triangle ABC$ ও $\triangle PQR$ সদৃশ

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} = \frac{AB + BC + CA}{PQ + QR + RP} \quad (\text{সংযোজক প্রক্রিয়া করে})$$

$$\frac{\triangle ABC\text{-এর পরিসীমা}}{\triangle PQR\text{-এর পরিসীমা}} = \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

- (iii) প্রমাণ করো ত্রিভুজের দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।

প্রদত্ত: $\triangle ABC$ -এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E ।

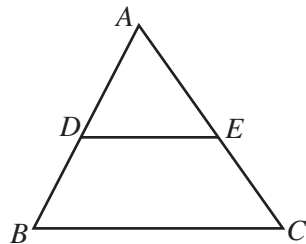
$$\text{প্রমাণঃ } (a) DE \parallel BC, (b) DE = \frac{1}{2} BC$$

প্রমাণঃ D , AB -এর মধ্যবিন্দু

$$\therefore \frac{AD}{DB} = 1 \dots (i)$$

আবার, E , AC -এর মধ্যবিন্দু

$$\therefore \frac{AE}{EC} = 1 \dots (ii)$$





(i) নং ও (ii) নং থেকে পাই,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

থ্যালাসের বিপরীত উপপাদ্য থেকে পাই, $DE \parallel BC$

আবার, $\triangle ADE$ ও $\triangle ABC$ -এর $\angle DAE = \angle BAC$ (একই কোণ) এবং $\angle ADE = \angle ABC$

$\triangle ADE$ ও $\triangle ABC$ হল সদৃশকোণী।

$$\triangle ADE \cong \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \text{ কিন্তু } \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2} \text{ বা, } DE = \frac{1}{2} BC \text{ (প্রমাণিত)}$$

(iv) একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ $ABCD$ যার AB ও DC বাহুদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। তাহলে প্রমাণ করো $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ ।

উত্তরঃ প্রদত্ত: $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের AB ও DC বাহুদ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$$\text{প্রমাণ্য: } PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

প্রমাণঃ $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

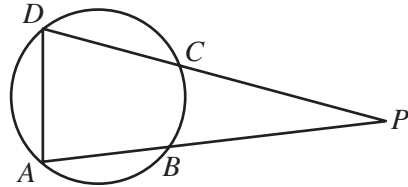
$$\angle DAB = \angle BCP$$

$\triangle APD$ ও $\triangle BCP$ -এর $\angle APD = \angle CPB$ (একই কোণ)

$$\text{এবং } \angle PAD = \angle BCP$$

$\triangle APD$ ও $\triangle BCP$ সদৃশকোণী

$$\triangle APD \sim \triangle BCP$$



$$\therefore \frac{PA}{PC} = \frac{PD}{PB} \text{ বা, } PA \cdot PB = PC \cdot PD \text{ (প্রমাণিত)}$$

(v) $\triangle ABC$ -এর BE ও CF মধ্যমা G বিন্দুতে ছেদ করে এবং FE রেখাংশ AG সরলরেখাংশকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করো $AO = 3OG$

উত্তরঃ প্রদত্ত: $\triangle ABC$ -এর BE ও CF মধ্যমা G বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং EF রেখাংশ AG সরলরেখাংশকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$$\text{প্রমাণ্য: } AO = 3OG$$



অঙ্কন: AG -কে বর্ধিত করা হল যা BC কে H বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ: $\triangle ABC$ -এর AB -এর মধ্যবিন্দু F

এবং AC -এর মধ্যবিন্দু E

$EF \parallel BC$ এখন $\triangle ABH$ -এর $FO \parallel BH$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AO}{OH} \text{ আবার, } AF = FB$$

$$\therefore AO = OH$$

এখন, G বিন্দুটি হল $\triangle ABC$ -এর ভরকেন্দ্র।

$$\therefore AG : GH = 2 : 1$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{AG}{GH} = \frac{2}{1} \text{ বা, } \frac{AO + OG}{GH} = \frac{2}{1}$$

$$\text{আবার, } GH = \frac{1}{3}AH$$

$$\therefore \frac{AO + OG}{\frac{1}{3}AH} = 2 \text{ বা, } AO + OG = \frac{2}{3}AH$$

$$\text{বা, } AO + OG = \frac{2}{3} \cdot 2OA \text{ (}\because AO = OH\text{)} \text{ বা, } AO + OG = \frac{4}{3}OA$$

$$\text{বা, } OG = \frac{4}{3}OA - OA = \frac{1}{3}OA \text{ বা, } OA = 3OG \text{ (প্রমাণিত)}$$

- (vi) O কেন্দ্রীয় বৃত্তে AB ব্যাস। বৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দু P থেকে AB ব্যাসের ওপর একটি লম্ব অঙ্কন করা হল, যা AB কে N বিন্দুতে ছেদ করল।

$$\text{প্রমাণ করো } PB^2 = AB \cdot BN$$

উত্তর: প্রদত্ত: O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ব্যাস। P বৃত্তের উপরিস্থিত যে-কোনো একটি বিন্দু এবং $AB \perp BN$ ।

$$\text{প্রামাণ্য: } PB^2 = AB \cdot BN$$

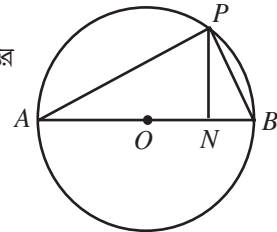
প্রমাণ: AB বৃত্তের ব্যাস।

সুতরাং, $\angle APB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। $\angle APB = 90^\circ$ সমকোণ।

সমকোণী $\triangle APB$ -এর সমকৌণিক বিন্দু P থেকে অতিভুজ P -এর ওপর PN লম্ব।

$\triangle ABP$ ও $\triangle PBN$ পরস্পর সদৃশ।

$$\text{সুতরাং, } \frac{PB}{BN} = \frac{AB}{PB} \text{ বা, } PB^2 = AB \cdot BN \text{ (প্রমাণিত)}$$





- (vii) সমকোণী $\triangle ABC$ -এর $\angle A = 90^\circ$ । অতিভুজ BC -এর ওপর AD লম্ব হলে, প্রমাণ করো $\frac{\triangle ABC}{\triangle ACD} = \frac{BC^2}{AC^2}$

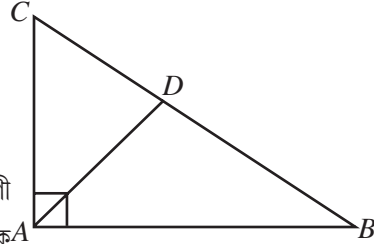
উত্তরঃ প্রদত্ত: $\triangle ABC$ -এর $\angle A = 90^\circ$ ।

অতিভুজ BC -এর ওপর AD লম্ব।

$$\text{প্রমাণ্য: } \frac{\triangle ABC}{\triangle ACD} = \frac{BC^2}{AC^2}$$

প্রমাণ: যেহেতু $\triangle BAC$ সমকোণী

ত্রিভুজের সমকৌণিক বিন্দু A থেকে



অতিভুজ BC -এর ওপর AD লম্ব। সুতরাং, $\triangle ACD$ ও $\triangle ABC$ সদৃশকোণী।

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{CD}{AC}$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{AC} \text{ বা, } AC^2 = BC \cdot CD \quad \dots (i)$$

$$\text{এখন, } \frac{\triangle ABC}{\triangle ACD} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AD}{\frac{1}{2}CD \cdot AD}$$

$$= \frac{BC}{CD} = \frac{BC^2}{BC \cdot CD} = \frac{BC^2}{AC^2} \text{ [(i) নং থেকে]} \text{ (প্রমাণিত)}$$

- (viii) $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের AC ও BD জ্যা-দ্বয় পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করলে দেখাও যে, $AP \cdot PC = BP \cdot PD$

প্রদত্ত: $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ, যার কেন্দ্র O এবং AC ও BD জ্যা-এর ছেদবিন্দু P ।

প্রমাণ্য: $AP \cdot PC = BP \cdot PD$

অঙ্কন: A, P ও B, Q যুক্ত করা হল।

প্রমাণ: $\triangle APB$ ও $\triangle CPD$ -এর

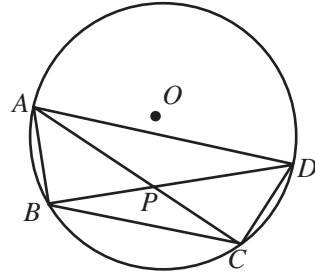
$\angle APB = \angle CPD$ (বিপ্রতীপ কোণ)

$\angle BAP = \angle CDP$

ও অবশিষ্ট $\angle APB =$ অবশিষ্ট $\angle CPD$

$\therefore \triangle APB = \triangle CPD$ সদৃশকোণী

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PC} = \frac{AP}{PD} \text{ অর্থাৎ } \frac{BP}{PC} = \frac{AP}{PD} \text{ বা, } AP \cdot PC = BP \cdot PD \text{ (প্রমাণিত)}$$



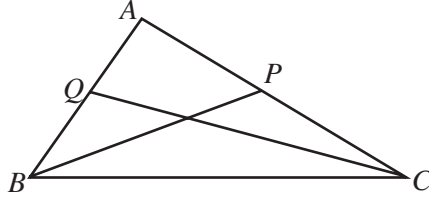


পিথাগোরাসের উপপাদ্য

- (i) $\triangle ABC$ -এর $\angle A$ সমকোণ এবং BP ও CQ দুটি মধ্যমা হলে প্রমাণ করো

$$5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$$

প্রদত্ত: $\triangle ABC$ -এর $\angle BAC = 90^\circ$ BP ও CQ দুটি মধ্যমা।



প্রামাণ্য: $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ -এর $\angle A = 90^\circ$

$\therefore P$ ও Q যথাক্রমে AC ও AB বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু।

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2 = (2AQ)^2 + (2AP)^2$$

$$\therefore BC^2 = 4(AQ^2 + AP^2) \dots (i)$$

আবার, $\triangle BAP$ ও $\triangle CAQ$ সমকোণী ত্রিভুজ

$$\therefore BP^2 = AB^2 + AP^2 = (2AQ)^2 + AP^2 = 4AQ^2 + AP^2$$

$$\therefore CQ^2 = AC^2 + AQ^2 = (2AP)^2 + AQ^2 = 4AP^2 + AQ^2$$

$$\begin{aligned} \therefore BP^2 + CQ^2 &= 4AQ^2 + AP^2 + 4AP^2 + AQ^2 \\ &= 5AQ^2 + 5AP^2 = 5(AQ^2 + AP^2) \quad \dots (ii) \end{aligned}$$

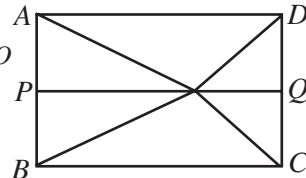
$$\therefore 5BC^2 = 5 \cdot 4(AQ^2 + AP^2) [(i) \text{ নং থেকে}]$$

$$= 4 \cdot 5(AQ^2 + AP^2) = 4(BP^2 + CQ^2) [(ii) \text{ নং থেকে}] \text{ (প্রমাণিত)}$$

- (ii) $ABCD$ একটি আয়তাকার চিত্রের O অভ্যন্তরে যে কোনো একটি বিন্দু হলে প্রমাণ করো $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$

প্রদত্ত: $ABCD$ আয়তাকার চিত্রের অভ্যন্তরে O যে-কোনো একটি বিন্দু।

প্রামাণ্য: $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$





অঙ্কন: O বিন্দু দিয়ে BC -এর সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন করলাম যা AB ও DC বাহুকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ: $PQ \parallel BC$ (অঙ্কনানুসারে)

$\therefore PQ \perp AB$ এবং $PQ \perp DC$

$\triangle APO$, $\triangle BPO$, $\triangle CQO$ ও $\triangle DQO$ প্রত্যেকে সমকোণী ত্রিভুজ।

$$OA^2 = AP^2 + OP^2 \quad \therefore OC^2 = CQ^2 + OQ^2$$

$$OB^2 = BP^2 + OP^2 \quad \therefore OD^2 = DQ^2 + OQ^2$$

$$OA^2 + OC^2 = AP^2 + OP^2 + CQ^2 + OQ^2 \dots (i)$$

কিন্তু $APQD$ ও $BPQC$ এরা প্রত্যেকে আয়তাকার চিত্র।

সুতরাং, $AP = DQ$, $CQ = BP$

(i) নং থেকে পাই,

$$\begin{aligned} OA^2 + OC^2 &= DQ^2 + OP^2 + BP^2 + OQ^2 \\ &= (DQ^2 + OQ^2) + (BP^2 + OP^2) \\ &= OD^2 + OB^2 = OB^2 + OD^2 \text{ (প্রমাণিত)} \end{aligned}$$

(iii) একটি ত্রিভুজ PQR যার $\angle Q$ সমকোণ। QR বাহুর ওপর S যে কোনো একটি বিন্দু

হলে প্রমাণ করো $PS^2 + QR^2 = PR^2 + QS^2$

প্রদত্ত: PQR একটি ত্রিভুজ যার $\angle Q = 90^\circ$.

প্রামাণ্য: $PS^2 + QR^2 = PR^2 + QS^2$

প্রমাণ: $\triangle PQS$ -এর $\angle Q = 90^\circ$

$$\therefore PS^2 = PQ^2 + QS^2$$

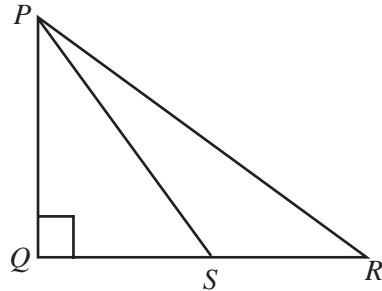
আবার, $\triangle PQR$ -এর $\angle Q = 90^\circ$

$$\therefore PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$\text{বা, } QR^2 = PR^2 - PQ^2$$

$$\text{এখন, } PS^2 + QR^2 = PQ^2 + QS^2 + PR^2 - PQ^2$$

$$\text{বা, } PS^2 + QR^2 = QS^2 + PR^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$





(iv) ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD , BC -এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ করো $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$

প্রদত্ত: ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং $AD \perp BC$ এবং $BD = DC$

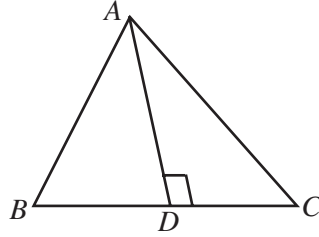
প্রামাণ্য: $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$

প্রমাণ: $\triangle ABD$ -এর $\angle ADB = 90^\circ$

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$

আবার, $\triangle ACD$ -এর $\angle ADC = 90^\circ$

$\therefore AC^2 = AD^2 + DC^2$



$AB^2 = AD^2 + BD^2 = AD^2 + DC^2 [\because BD = DC]$

এখন, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = AD^2 + DC^2 + (2DC)^2 + AD^2 + DC^2 [\because BD = DC]$

$= AD^2 + DC^2 + 4DC^2 + AD^2 + DC^2 = 2AD^2 + 6DC^2 \dots (i)$

আবার, AD হল $\triangle ABC$ -এর উচ্চতা

$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (2DC) [\because AC = 2DC] = \sqrt{3} DC$

বা, $AD^2 = 3DC^2$ বা, $DC^2 = \frac{1}{3} AD^2$

(i) নং থেকে পাই,

$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 2AD^2 + 6 \times \frac{1}{3} AD^2 = 2AD^2 + 2AD^2 = 4AD^2$ (প্রমাণিত)

(v) ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ। CD মধ্যমা হলে প্রমাণ করো $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$

প্রদত্ত: $\triangle ABC$ -এর $\angle A = 90^\circ$

এবং D হল AB বাহুর মধ্যবিন্দু।

প্রামাণ্য: $AD = DB$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ -এর $\angle A = 90^\circ$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

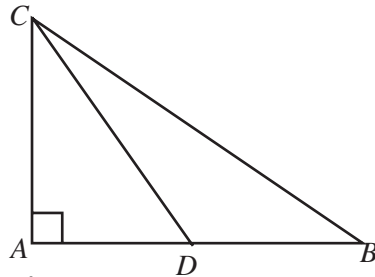
আবার, $\triangle ACD$ -এর $\angle A = 90^\circ$

$CD^2 = AD^2 + AC^2$ বা, $AC^2 = CD^2 - AD^2$

এখন, $BC^2 = (2AD)^2 + CD^2 - AD^2 [\because AB = 2AD]$

$= 4AD^2 + CD^2 - AD^2 = CD^2 + 3AD^2$

সুতরাং, $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$ (প্রমাণিত)





সম্পাদ্য

১. রচনাধর্মী প্রশ্নোত্তর

প্রতিটি প্রশ্নের মান-৫

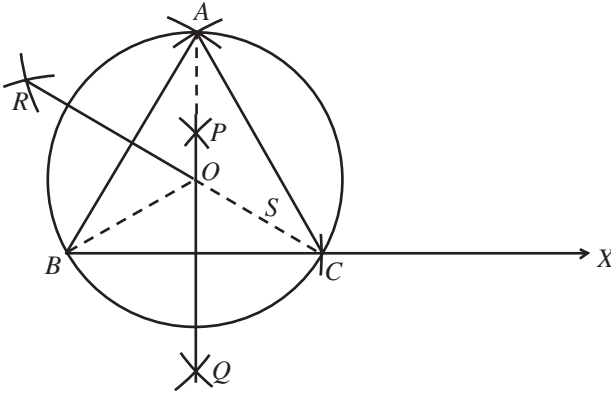
ত্রিভুজের পরিবৃত্ত ও অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন:

- (i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করো যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি।

Step 1:



Step 2:



Step 3:

এখানে O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OA অথবা OB অথবা OC ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হল যা $\triangle ABC$ -এর পরিবৃত্ত।

পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = 3.4 সেমি।

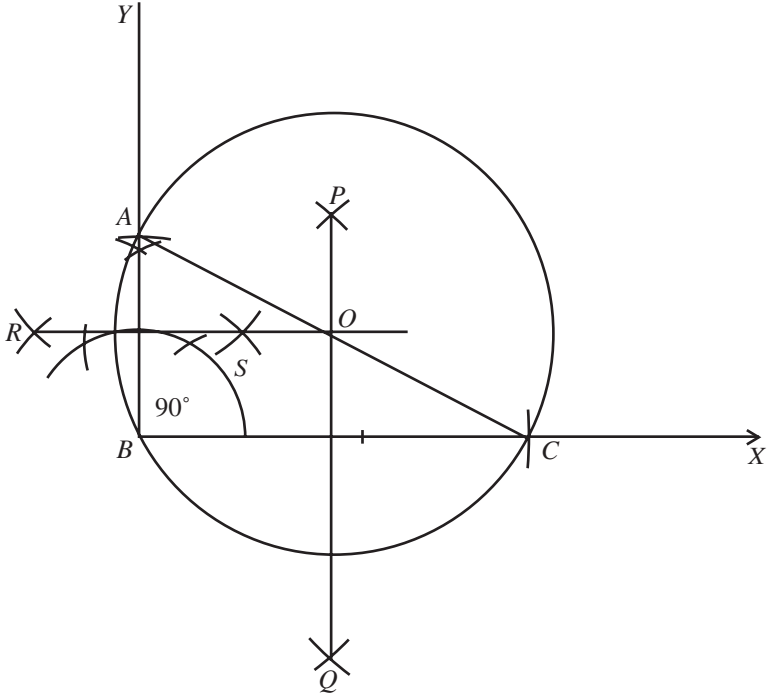
- (ii) একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার সমকোণ সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্য 4 সেমি ও 8 সেমি। ওই ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করো এবং পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত?

Step 1:





Step 2:



Step 3:

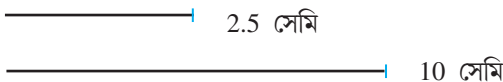
O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OA অথবা OB অথবা OC ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হল যা $\triangle ABC$ -এর পরিবৃত্ত।

পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য (OA) = 8.9 সেমি।

বৃত্তের স্পর্শক অঙ্কন

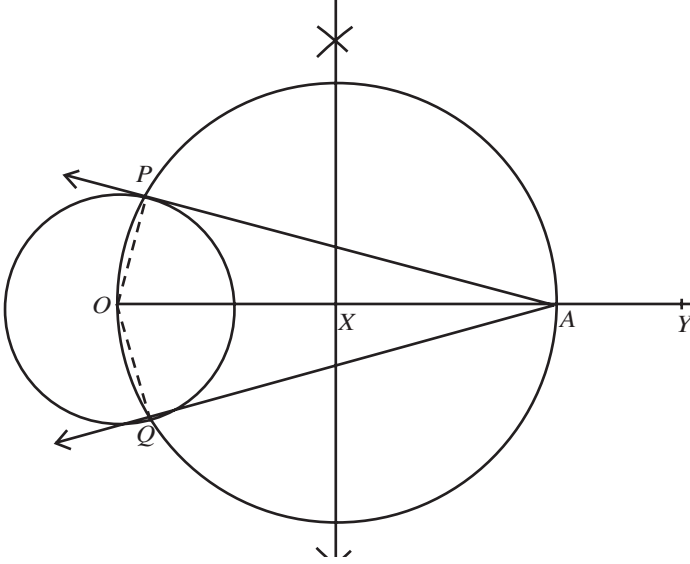
- (iii) একটি 2.5 দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো এবং ওই বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 10 সেমি দূরে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করো এবং স্পর্শকদ্বয়ের দৈর্ঘ্য মেপে লেখো।

Step 1:





Step 2:

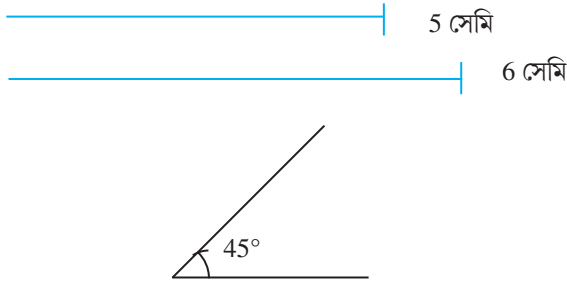


Step 3:

$\vec{AP}$, $\vec{AQ}$ হল O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু A থেকে অঙ্কিত দুটি স্পর্শক এবং যার স্পর্শকদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 9.8 সেমি।

- (iv) একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং 6 সেমি এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45° । ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করো।

Step 1:



O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OA , OB বা, OC ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হল, যা $\triangle ABC$ -এর পরিবৃত্ত।

(v) জ্যামিতিক পদ্ধতিতে $\sqrt{21}$ -এর মান নির্ণয় করো।

[illegible]

**Step 3:**

এখানে BD সরল রেখাংশের দৈর্ঘ্যই হল $\sqrt{21}$ এর মান।

$\therefore$ স্কেলের সাহায্যে মাপে দেখা গেল।

$$BD = 4.5 \text{ সেমি (প্রায়)} \quad \sqrt{21} = 4.5 \text{ সেমি।}$$

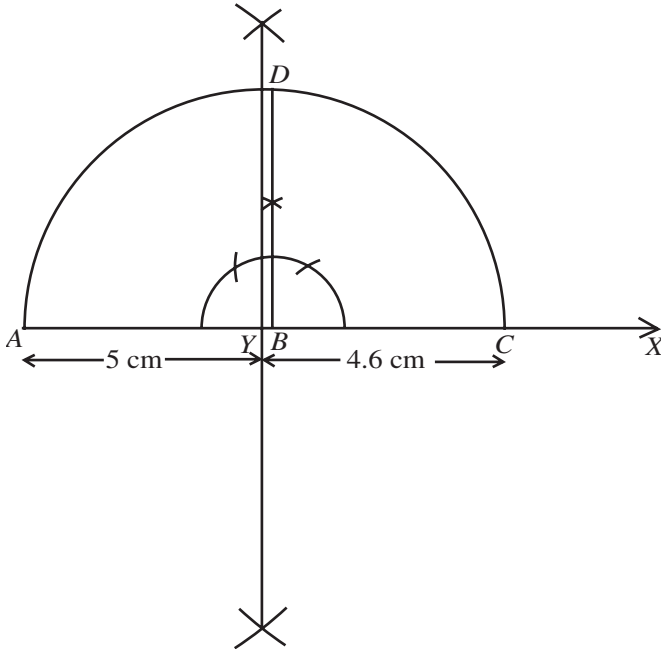
(vi) জ্যামিতিক পদ্ধতিতে $\sqrt{23}$ -এর মান নির্ণয় করো।

Step 1:

$$23 = 5 \times 4.6$$

_____ 5 সেমি

_____ 4.6 সেমি

Step 2:**Step 3:**

স্কেলের সাহায্যে মাপে দেখা গেল $BD = 4.7$ সেমি (প্রায়)

$$\therefore \sqrt{23} = 4.7 \text{ সেমি (প্রায়)।}$$



(vii) $\sqrt{14}$ সেমি বাহু বিশিষ্ট বর্গাকারচিত্র অঙ্কন করো।

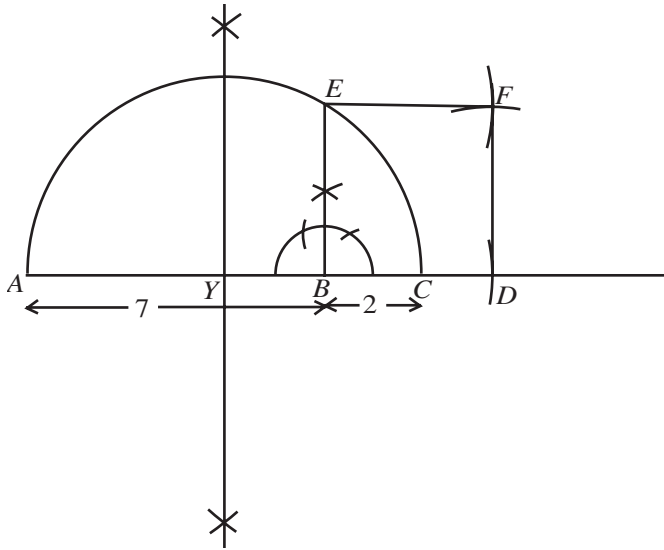
Step 1:

$$14 = 7 \times 2$$

————— 7 সেমি

————— 2 সেমি

Step 2:



Step 3:

এখানে $BE = \sqrt{14}$ সেমি

$\therefore \sqrt{14}$ সেমি বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রটি হল $BDFE$ ।



Model Practice Set

Set 1

- নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির প্রতিটি ক্ষেত্রে সঠিক উত্তর নির্বাচন করো: 1 × 6
 - বার্ষিক 50% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে কোনো টাকা কত বছরে $2\frac{1}{2}$ গুণ হবে?
 - 3 বছর
 - 2 বছর
 - 5 বছর
 - 1 বছর
 - $x^2 - 6x + 2 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β হলে $(\alpha^2 + \beta^2)$ -এর মান হবে—
 - 180
 - 160
 - 210
 - 260
 - একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল a বর্গ একক। ভূমির ব্যাসার্ধ r একক এবং আয়তন v ঘন একক হলে $\frac{v}{ar}$ -এর মান হবে—
 - 2
 - 0.5
 - $1\frac{1}{2}$
 - 4
 - O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিস্থ P বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শক বৃত্তকে A বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 সেমি এবং কেন্দ্র থেকে বহিস্থ বিন্দুর দূরত্ব 13 সেমি হলে AP -এর মান হবে—
 - 4 সেমি
 - 6 সেমি
 - 8 সেমি
 - এদের কোনোটিই নয়
 - $\operatorname{cosec} \theta = \frac{x}{y}$ ($x \neq y$) হলে x ও y -এর মধ্যে কোন্ সম্পর্ক ঠিক?
 - $x < y$
 - $y < x$
 - $y = x$
 - $y > x$
 - যদি $y = 3x - 5$ হয় x -এর সংখ্যাগুরু মান 15 হলে y -এর সংখ্যাগুরুমান হবে—
 - 45
 - 60
 - 75
 - 40
- শূন্যস্থান পূরণ করো: (যে-কোনো 5 টি) 1 × 5 = 5
 - $2 + \sqrt{5}$ -এর একটি প্রতিযোগী করণী _____।
 - 10, -2, 0, 9, 14, 6, -4, 2, 11 পর্যবেক্ষণগুলির মধ্যমা হবে _____
তম পর্যবেক্ষণ।
 - একই ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক ও একটি নিরেট অর্ধগোলকের আয়তনের অনুপাত _____।



- (iv) $\frac{2 + \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$ -এর মান হবে _____।
- (v) পূর্বের উন্নতি কোণ _____ হলে, একটি স্তম্ভ ও তার ছায়ার দৈর্ঘ্য সমান হবে।
- (vi) একটি ব্যাবসায়ে আশিস ও সন্দীপের নিয়োজিত মূলধনের অনুপাত 3 : 6 হলে তাদের লাভের অনুপাত হবে _____।

3. নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লেখো (যে-কোনো পাঁচটি): **1 × 5 = 5**

- (i) বার্ষিক শতকরা সরল সুদের হার ও মোট সুদ অপরিবর্তিত থাকলে আসল ও সময়ের মধ্যেও ব্যস্ত সম্পর্ক।
- (ii) O কেন্দ্রীয় বৃত্তে PQ ও RS জ্যা-দুটির দৈর্ঘ্যের অনুপাত 1 : 1 হলে $\angle POQ : \angle ROS = 1 : 2$ হবে।
- (iii) একটি ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তনের সাংখ্যমান স্থান হলে কর্ণের দৈর্ঘ্যের হবে $6\sqrt{3}$ একক।
- (iv) যদি $x \propto y$ এবং $x \propto z$ হয়, তাহলে $y \propto \frac{z}{x}$ হবে।
- (v) ঘূর্ণায়মান একটি রাশ্মি তার প্রান্তবিন্দুকে কেন্দ্র করে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে 2 বার সম্পূর্ণ ঘুরলে -720° কোণ উৎপন্ন করে।
- (vi) শ্রেণি মধ্যক = নিম্নশ্রেণি সীমানা + $\frac{1}{2} \times$ উচ্চশ্রেণি সীমানা।

4. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও: (যে-কোনো 10 টি) **2 × 10 = 20**

- (i) বার্ষিক সরল সুদের হার কত হলে কোনো আসল দশ বছরে সুদে-মূলে তিনগুণ হবে?
- (ii) চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB বৃত্তের ব্যাস। $\angle AOD = 140^\circ$ এবং $\angle CAB = 50^\circ$ হলে, $\angle CEB$ -এর মান কত?

ছবি

- (iii) যদি বার্ষিক 8% চক্রবৃদ্ধি সুদের হারে 2 বছরে কিছু টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি 279936 টাকা হলে, মূলধনের পরিমাণ কত?
- (iv) যদি θ সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin(\theta + 15^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হয়, তবে $\tan 2\theta$ -এর মান কত?
- (v) $3 \sec \theta = x$ এবং $2 \tan \theta = y$ হলে, x ও y -এর মধ্যে সম্পর্ক কী?



- (vi) $-\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \propto \frac{1}{x+y}$ হলে, প্রমাণ করো যে, $x^2 + y^2 \propto xy$.
- (vii) O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্তের দুটি জ্যা AB এবং AC পরস্পর লম্ব, AB = 4 সেমি এবং AC = 3 সেমি হলে OB-এর দৈর্ঘ্য কত?
- (viii) সমান উচ্চতাবিশিষ্ট একটি শঙ্কু, একটি অর্ধগোলক ও একটি চোঙ সমান ভূমির ওপর অবস্থিত হলে উহাদের আয়তনের অনুপাত কত হবে?
- (ix) k -এর মান কত হলে $2x^2 - 10x + k = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে?
- (x) $\triangle ABC$ -এর $DE \parallel BC$, $AD = 5$ সেমি, $BD = 7$ সেমি এবং $AE = 7.5$ সেমি হলে AC-এর দৈর্ঘ্য কত?
- (xi) কোনো লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমির ব্যাস d , উচ্চতা h এবং তির্যক উচ্চতা l হলে, d, h, l -এর মধ্যে সম্পর্ক কী?
- (xi) $\sum_{i=1}^{10} (10 \times i)$ -এর মান নির্ণয় করো।

5. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$5 \times 1 = 5$

- (i) কোনো অংশীদারি কারবারে A লাভের $\frac{2}{3}$ অংশ পায় এবং অবশিষ্ট লভ্যাংশ B ও C-এর মধ্যে 3 : 2 অনুপাতে ভাগ হয়। লাভের হার 5% থেকে 9% বাড়লে A-এর আয় 1600 টাকা বাড়ে। B ও C-এর আয় 1600 টাকা বাড়ে। B ও C-এর মূলধন নির্ণয় করো।
- (ii) চক্রবৃদ্ধি সুদে কিছু পরিমাণ অর্থ 2 বছরে 77000 টাকা এবং 5 বছরে 102487 টাকা হয়। সুদের হার ও অর্থের পরিমাণ নির্ণয় করো।

6. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3 \times 1 = 3$

- (i) সমাধান করো: $\frac{x}{x+y} + \frac{x+y}{x} = 2\frac{1}{6}$ ($x \neq 0, -1$)
- (ii) $(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় সমান হলে দেখাও যে, $2b = a + c$

7. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3 \times 1 = 3$

- (i) যদি $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ হয়, তবে $3x^2 - 5xy + 3y^2$ -এর মান নির্ণয় করো।
- (ii) $a \propto b$, $b \propto c$ হলে, দেখাও যে, $a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3 \propto abc(a^3 + b^3 + c^3)$

8. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$3 \times 1 = 3$

- (i) a, b, c, d ব্রমিক সমানুপাতী হলে, প্রমাণ করো যে, $(a^2 + b^2)(c^2 - d^2) = (b^2 - c^2)^2$



(ii) $\frac{a+b-c}{a+b} = \frac{b+c-a}{b+c} = \frac{c+a-b}{c+a}$ এবং $a+b+c \neq 0$ হলে, প্রমাণ করো যে,
 $a = b = c$

9. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: 5 × 1 = 5

- (i) প্রমাণ করো একই বৃত্তাংশস্থ সকল কোণের মান সমান।
(ii) প্রমাণ করো যে, বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক ও ওই স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত।

10. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: 3 × 1 = 3

- (i) প্রমাণ করো যে, ব্যাসই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।
(ii) AB ও CD একটি বৃত্তের দুটি জ্যা। প্রমাণ করো যে, ABCD একটি আয়তাকার চিত্র।

11. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: 5 × 1 = 5

- (i) $\sqrt{41}$ -এর জ্যামিতিক পদ্ধতিতে মান নির্ণয় করো।
(ii) 6 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করো এবং ওই ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করো।।

12. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও: 3 × 2 = 6

- (i) প্রমাণ করো যে, $1 - \frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \sin \theta$
(ii) $\frac{1}{2} \sin 2 \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \cos 2 \frac{\pi}{4} \cdot \tan 2 \frac{\pi}{3} + 3 \sec \frac{\pi}{6} \cot \frac{\pi}{3} = 1 \frac{7}{8}$
(iii) $\tan x = \frac{\sin y - \cos y}{\sin y + \cos y}$ হলে দেখাও যে, $\sin y + \cos y = \sqrt{2} \cos x$

13. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: 5 × 1 = 5

- (i) H উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বাড়ির শীর্ষ ও পাদদেশ থেকে দেখলে একটি পাহাড়ের চূড়ার উন্নতি কোণ হয় যথাক্রমে A এবং B। প্রমাণ করো যে, পাহাড়ের উচ্চতা $\frac{H \cot A}{\cot A - \cot B}$ ।
(ii) একটি পাহাড়ের পাদদেশে পাহাড়টির শীর্ষের উন্নতি কোণ 45° । পাহাড়টির যে অবস্থানে নতি 30° । সেই নততলে পাহাড় বরাবর 2 কিমি ওপরে উঠলে উন্নতি কোণ পরিবর্তন হয়ে 60° হয়। পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় করো।



14. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$4 \times 2 = 8$$

- (i) একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল তার ভূমির ক্ষেত্রফলের $\sqrt{10}$ গুণ। শঙ্কুটির উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধের অনুপাত কত?
- (ii) 1 সেমি ও 6 সেমি ব্যাসার্ধের দুটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 1 সেমি পুরু ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হল। নতুন পোশাকের বহিঃব্যাসার্ধ কত হবে?
- (iii) একটি আয়তঘনকাকৃতি নিরেট লোহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 4.4 মি, 2.6 মি এবং 1 মি। এটিকে গলিয়ে একটি ফাঁপা চোঙ প্রস্তুত করা হল যার ভেতরের ব্যাসার্ধ 30 সেমি ও বেধ 5 সেমি। পাইপটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

15. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$4 \times 2 = 8$$

- (i) নীচের তথ্যের গড় নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা	0-30	30-60	60-90	90-120	120-150
পরিসংখ্যা	12	15	20	25	8

- (ii) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার যৌগিক গড় 54 হলে, K হলে, K-এর মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
পরিসংখ্যা	7	11	K	9	13

- (iii) প্রদত্ত তথ্যের সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি	3-6	6-9	8-12	12-12	12-15	15-18	18-21	21-24
পরিসংখ্যা	2	6	12	24	21	12	3	

Set 2

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির প্রতিটি ক্ষেত্রে সঠিক উত্তর নির্বাচন করো:

$$1 \times 6 = 6$$

- (i) $x\%$ বার্ষিক সরল সুদের হারে কোনো মূলধনের x বছরের সুদ x টাকা হলে মূলধনের পরিমাণ—

- (a) x টাকা (b) $100x$ টাকা (c) $\frac{100}{x}$ টাকা (d) $\frac{100}{x^2}$ টাকা

- (ii) যদি $x \propto y$ হয়, তবে কোন্টি ঠিক?

- (a) $x^2 \propto y^3$ (b) $x^3 \propto y^2$ (c) $x \propto y^3$ (d) $x^2 \propto y^2$



(iii) $\tan \alpha + \cot \alpha$ হলে, $\tan^{13} \alpha + \cot^{13} \alpha$ -এর মান—

- (a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) কোনোটিই নয়

(iv) $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ, AB কে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। $\angle CBE = 92^\circ$ হলে, $\angle ADC = ?$

- (a) 92° (b) 88° (c) 108° (d) 72°

(v) একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা ও ব্যাস সমান। চোঙটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হল—

- (a) 3 : 2 (b) 2 : 3 (c) 3 : 4 (d) 4 : 3

(vi) 7, $(x - 3)$, 10, $(x + 3)$ এবং $(x - 5)$ -এর যৌগিক গড় 15 হলে, ওই সংখ্যাগুলির মধ্যমা হবে—

- (a) 13 (b) 16 (c) 10 (d) 24

2. শূন্যস্থান পূরণ করো: (যে-কোনো 5 টি)

$$1 \times 5 = 5$$

(i) $9 + \sqrt{5}$ -এর একটি প্রতিযোগী করণী _____।

(ii) $3x^2 - 2(7 + 9p)x + (8 - 5p) = 0$ সমীকরণের বীজদুটি পরস্পর অন্যান্যক হয়, তবে p -এর মান _____।

(iii) দুটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত অনুবৃত্ত বাহুর _____ অনুপাতের সঙ্গে সমান।

(iv) $\sec \theta = \operatorname{cosec} \phi$ এবং মান হবে $0^\circ < \theta < 90^\circ$, $0^\circ < \phi < 90^\circ$ হলে, $\cos(\theta + \phi)$ _____।

(v) দুটি নিরেট গোলকের আয়তনের অনুপাত 1 : 8 হলে, তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে _____।

(vi) যৌগিক গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরু মান হল _____ প্রবণতা মাপক।

3. নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লেখো:

$$1 \times 5 = 5$$

(i) সময় স্থির থাকলে মূলধনের সঙ্গে লভ্যাংশের ব্যাস্তানুপাতিক সম্পর্ক বর্তমান।

(ii) $\sqrt{3}$ -এর করণী নিরসক উৎপাদক হল $k\sqrt{3}$ যেখানে k একটি অশূন্য অমূলদ সংখ্যা।

(iii) $\sec \theta = \operatorname{cosec} \phi$ হলে $\theta + \phi$ -এর মান হবে 0° ।

(iv) ওজাইভ লেখচিত্র থেকে সংখ্যাগুরু মান পাওয়া যায়।

(v) একটি ঘনকের অন্তর্লিখিত গোলক ও পরিলিখিত গোলকের আয়তনের অনুপাত $1 : 3\sqrt{3}$ ।

(vi) একটি বর্গাকার চিত্রের শীর্ষবিন্দুগুলি সমবৃত্তস্থ।



4. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও: (যে-কোনো 10 টি)

2 × 10 = 20

- (i) বার্ষিক 10% সুদের হারে 4000 টাকার 2 বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদ এবং সরল সুদের অন্তর নির্ণয় করো।
- (ii) একটি অংশীদারি কারবারে তিনজনের মূলধনের অনুপাত 3 : 8 : 5 এবং প্রথম ব্যক্তির লাভ তৃতীয় ব্যক্তির লাভের চেয়ে 60 টাকা কম হলে, ব্যবসায় মোট কত লাভ হয়েছিল?
- (iii) 7 টি ক্রমিক সমানুপাতী সংখ্যার প্রথমটি 2 এবং দ্বিতীয়টি 6 হলে সপ্তমটি নির্ণয় করো।
- (iv) কী শর্তে $2x^2 + 5(x - a) + 10 = 0$ সমীকরণটির একটি বীজ শূন্য হবে?
- (v) $\triangle ABC$ -এর পরিকেন্দ্র O ; $\angle BAC = 85^\circ$, $\angle BCA = 55^\circ$ হলে, $\angle OAC = ?$
- (vi) যদি $x = \operatorname{cosec} \theta - \sin \theta$ এবং $y = \sec \theta - \cos \theta$ হয়, তবে x এবং y -এর θ বর্জিত সম্পর্ক নির্ণয় করো।
- (vii) প্রমাণ করো— $\sin^8 \theta + \cos^{14} \theta \leq 1$; $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- (viii) একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর তীর্যক উচ্চতা 7 সেমি-এর ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রফল 77 বর্গসেমি, শঙ্কুর ভূমির ক্ষেত্রফল কত?
- (ix) একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তন এবং পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফলের সংখ্যামান সমান। শঙ্কুর উচ্চতা এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে h এবং r একক হলে $\frac{1}{h^2} + \frac{1}{r^2}$ -এর মান কত?
- (x) $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের $AB \parallel CD$, $AB = 4$ একক এবং $CD = 6$ একক। ট্রাপিজিয়ামের কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করলে $OB : OD$ -এর মান কত?
- (xi) O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB একটি জ্যা। B বিন্দুতে PT স্পর্শক যদি $\angle ABT = 54^\circ$ হয়, তবে $\angle AOB$ -এর মান কত?
- (xii) যদি $x_n = \sum_{i=1}^n B^i$ হয়, তবে প্রথম তিনটি সংখ্যার গড় কত?

5. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

- (i) কোনো অংশীদারি কারবারে A লাভের $\frac{2}{3}$ অংশ পায় এবং অবশিষ্ট লভ্যাংশ B ও C -এর মধ্যে 3 : 2 অনুপাতে ভাগ হয়। লাভের হার 5% থেকে 9% বাড়লে A -এর আয় 1600 টাকা বাড়ে। B ও C -এর মূলধন নির্ণয় করো।
- (ii) এক ব্যক্তি বার্ষিক 3% সরল সুদে কিছু টাকা ধার করে সেই টাকা অন্য এক ব্যক্তিকে 5% চক্রবৃদ্ধি সুদে ধার দিল এবং 3 বছরে 541 টাকা লাভ করল। সে কত টাকা ধার করেছিল?

6. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3



(i) $(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় সমান হলে, প্রমাণ করো যে, $2b = a + c$

(ii) সমাধান করো: $\frac{x-3}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} + 6\frac{6}{7} = 0$ ($x \neq -3, 3$)

7. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3

(i) $A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ হলে, $\frac{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a} + \sqrt{1-a}}$ -এর মান কত?

(ii) যদি $u^2 + v^2 \propto x^2 + y^2$ এবং $uv \propto xy$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$u + v \propto x + y \text{ যখন } \frac{u}{v} + \frac{v}{u} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$$

8. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3

(i) $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$ হলে, প্রমাণ করো যে, $a + b + c = 0$

অথবা, প্রত্যেকটির অনুপাত $\frac{1}{2}$ ।

(ii) যদি $x = \frac{\sqrt{a^2 + ab} + \sqrt{a^2 - ab}}{\sqrt{a^2 + ab} - \sqrt{a^2 - ab}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $b^2 - 2ax + b = 0$

9. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

(i) প্রমাণ করো বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক।

(ii) প্রমাণ করো যে, যদি দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করে, তাহলে স্পর্শবিন্দুটি কেন্দ্র দুটির সংযোজক সরলরেখাংশের ওপর অবস্থিত হবে।

10. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3

(i) $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। AB ও DC বাহুদুটিকে। বর্ধিত করলে পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করো $PA \cdot PB = PC \cdot PD$

(ii) ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ। CD মধ্যমা হলে প্রমাণ করো যে,

$$BC^2 = CD^2 + 3AD^2$$

11. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

(i) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার ভূমি ৪ সেমি এবং সমান বাহুদুটির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ৭ সেমি; ওই ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করো।

(ii) ৬ সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করো এবং ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করো।



12. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

- (i) $\alpha + \beta = 90^\circ$ হলে দেখাও যে, $\sqrt{\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} - \cos \alpha \sin \beta} = \sin \alpha$
- (ii) মান নির্ণয় করো: $\frac{2 \tan^2 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} + \sec^2 45^\circ - \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ$
- (iii) $\triangle ABC$ -এ প্রমাণ করো, $\sin \frac{A+B}{2} + \cos \frac{B+C}{2} = \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2}$

13. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

- (i) একটি স্তম্ভের পাদদেশের তলে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে ওই স্তম্ভের শীর্ষের উন্নতি কোণ α । স্তম্ভের পাদদেশের দিকে একই তল বরাবর p মিটার গেলে ওই বিন্দুতে উন্নতি কোণ হয় β । দেখাও যে, স্তম্ভের উচ্চতা h হলে $h = \left(\frac{P \tan \alpha \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha} \right)$ মিটার।
- (ii) দুটি স্তম্ভের উচ্চতা যথাক্রমে 180 m ও 60 m। দ্বিতীয় স্তম্ভটির গোড়া থেকে প্রথমটির চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, প্রথমটির গোড়া থেকে দ্বিতীয়টির উন্নতি কোণ কত?

14. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

4 × 2 = 8

- (i) ঘনকাকৃতি একটি জলপূর্ণ চৌবাচ্চা থেকে সমান মাপের 64 বালতি জল তুলে নিলে চৌবাচ্চাটির $\frac{1}{3}$ অংশ জলপূর্ণ থাকে। চৌবাচ্চার বাহুর দৈর্ঘ্য 1.2 মিটার হলে প্রতি বালতিতে কত লিটার জল ধরে?
- (ii) লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু আকৃতির একটি তাঁবু তৈরি করতে 77 বর্গমিটার ত্রিভুজ লেগেছে। তাঁবুটির তির্যক উচ্চতা যদি 7 মিটার হয়, তবে তাঁবুটির ভূমিতলের ক্ষেত্রফল কত?
- (iii) a সেমি ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলক থেকে সমআয়তনের দুটি নিরেট লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু প্রস্তুত করা হল। যদি শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ গোলকের ব্যাসার্ধের সমান হয়, তবে প্রতিটি শঙ্কুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

15. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

4 × 2 = 8

- (i) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94	95-104
পরিসংখ্যা	8	13	19	32	12	6

- (ii) নীচের তথ্যের মধ্যমা 32 হলে x এবং y -এর মান নির্ণয় করো, যখন পরিসংখ্যার সমষ্টি 100।

শ্রেণি সীমানা	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	10	x	25	30	y	10



(iii) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার মধ্যমা নির্ণয় করো।

শ্রেণি	93-97	88-92	83-87	78-82	73-77	68-72	63-67
পরিসংখ্যা	12	15	20	18	15	10	8

Set 3

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির প্রতিটি ক্ষেত্রে সঠিক উত্তর নির্বাচন করো:

(i) বার্ষিক 10% হার, সরল সুদে কোনো মূলধন দ্বিগুণ হবে—

- (a) 15 বছরে (b) 10 বছরে (c) 3 বছরে (d) 5 বছরে

(ii) $x^2 - 3x + 1 = 0$ হয়, তবে $x^5 + \frac{1}{x^5}$ -এর মান কত?

- (a) 87 (b) 123 (c) 135 (d) 201

(iii) 5 সেমি ব্যাসাধিবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 5 সেমি দূরে অবস্থিত কোনো জ্যা-এর দৈর্ঘ্য হবে—

- (a) 3 সেমি (b) 4 সেমি (c) 8 সেমি (d) 6 সেমি

(iv) $\cos A + \cos B = 2$ হলে $\sin A + \sin B$ -এর মান নির্ণয় করো, যেখানে $0 \leq A, B \leq 90^\circ$

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) $\sqrt{2}$

(v) একটি শঙ্কুর ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা পূর্বের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার দ্বিগুণ হলে বর্তমান আয়তন পূর্বের আয়তনের—

- (a) 3 গুণ (b) 4 গুণ (c) 20 গুণ (d) 8 গুণ

(vi) 1 - 5, 6 - 10, 11 - 15 শ্রেণির দৈর্ঘ্য—

- (a) 4 (b) 4.5 (c) 5 (d) 2

2. শূন্যস্থান পূরণ করো: (যে-কোনো 5 টি)

$$1 \times 5 = 5$$

(i) রাম 500 টাকা 9 মাসের জন্য এবং রহিম 600 টাকা 5 মাসের জন্য বিনিয়োগ করলে তাদের লাভাংশের অনুপাত হবে _____।

(ii) $2 + \sqrt{3}$ $q = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$, হলে $q =$ _____।

(iii) একই _____ সকল কোণ পরস্পর সমান হয়।

(iv) $\frac{\cos 53^\circ}{\sin 37^\circ}$ -এর মান _____।

(v) একটি শঙ্কুর উচ্চতা ও তীর্যক উচ্চতার অনুপাত 4 : 5; শঙ্কুটির উচ্চতা ও ব্যাসার্ধের অনুপাত _____।

(vi) 30, 19, 28, 32, 21, 23, 26 সংখ্যাগুলির মধ্যমা _____।



3. নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লেখো:

$$1 \times 5 = 5$$

- (i) নির্দিষ্ট সুদের হার যে-কোনো মূলধনের ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি সুদ সরল সুদ অপেক্ষা কম হবে না।
- (ii) $x^2 + 4x + K = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও অসমান হলে, $k > 4$ হবে।
- (iii) একটি ঘনকের প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে ঘনকটির আয়তন প্রথম ঘনকের 4 গুণ হবে।
- (iv) একটি কোণ α -এর জন্য $\sec \alpha = \frac{12}{5}$ হতে পারে।
- (v) রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে।
- (vi) মধ্যগামিতার মাপক 3 টি।

4. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও: (যে-কোনো 10 টি)

$$2 \times 10 = 20$$

- (i) 3 মাস অন্তর দেয় বার্ষিক 8% সুদে 20000 টাকার 9 মাসের চক্রবৃদ্ধি সুদ কত হবে?
- (ii) বার্ষিক সুদের হার 4% কমে $3\frac{3}{4}\%$ হওয়ায় কার্তিকবাবুর বার্ষিক আয় 60 টাকা কম হয়। কার্তিকবাবুর মূলধন নির্ণয় করো।

ছবি

- (iii) $2x = 3y = 4z$ হলে, $x : y : z =$ কত?
- (iv) O কেন্দ্রীয় বৃত্তে AB ও CD দুটি জ্যা, যারা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী, $AB = 8$ সেমি হলে, CD -এর মান কত হবে?
- (v) যদি $\tan \theta = \cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ হয়, তবে $\sin (90^\circ - \theta)$ -এর মান কত?
- (vi) $\sec^2 \theta - 2 \tan \theta$ কে পূর্ণ বর্গাকারে প্রকাশ করো।
- (vii) 28 সেমি প্রান্তবিশিষ্ট একটি ঘনক থেকে সর্ববৃহৎ যে লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুটি পাওয়া যায় তার আয়তন কত?
- (viii) একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর ব্যাসার্ধ, উচ্চতা ও অর্ধশীর্ষকোণ হল r, h, α , প্রমাণ করো যে, $\operatorname{cosec} \alpha \sec \alpha = \frac{r}{h} + \frac{h}{r}$
- (ix) ABC ত্রিভুজে BC -এর সমান্তরাল DE সরলরেখা অপর বাহুদ্বয়কে D ও E বিন্দুতে ছেদ করেছে। যদি $AB = 4.2$ সেমি, $AC = 3.6$ সেমি এবং $AD = 6.3$ সেমি হয়, তবে AE -এর দৈর্ঘ্য কত?
- (x) $a \propto b, b \propto c, c \propto a$ হলে, ভেদধ্রুবকগুলির গুণফলের মান নির্ণয় করো।
- (xi) ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র $O, \angle ABC = 65^\circ, \angle BCA = 40^\circ$ হলে, $\angle BOC$ -এর মান কত?
- (xii) যদি $x_i = \frac{x_1 - 25}{10}, \sum f_i x_i = 20$ এবং $\sum f_i = 100$ হয়, তাহলে $\bar{x}$ -এর মান



নির্ণয় করো।

5. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

- (i) কোনো মূলধন একই বার্ষিক শতকরা সরল সুদের হারে 7 বছরে সুদে-আসলে 7100 টাকা এবং 4 বছরের সুদে-আসলে 6200 টাকা হলে মূলধন ও বার্ষিক শতকরা সুদের হার নির্ণয় করো।
- (ii) একটি মেশিনের মূল্য প্রতি বছর 10% হারে হ্রাসপ্রাপ্ত হয়। মেশিনটির বর্তমান মূল্য 60000 টাকা হলে, 3 বছর পরে ওই মেশিনটির মূল্য কত হবে?

6. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3

- (i) সমাধান করো: $\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^2 - 5\left(\frac{x+a}{x-a}\right) + 6 = 0$ [$x \neq a$]
- (ii) কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং তার অন্যান্যকের অন্তরফল $\frac{9}{20}$ হলে, প্রকৃত ভগ্নাংশটি কত?

7. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3

- (i) $a + b \propto \sqrt{ab}$ হলে, দেখাও যে, $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$
- (ii) $2x = a + \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$ এবং $2y = a - \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$ হলে, দেখাও যে, $x^3 + y^3 = b^3$

8. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3

- (i) যদি $p + r = 2q$ এবং $\frac{1}{q} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$ তাহলে, প্রমাণ করো যে, $p : q = r : s$
- (ii) $\frac{b+c-a}{y+z-x} = \frac{c+a-b}{z+x-y} = \frac{a+b-c}{x+y-z}$ হলে, প্রমাণ করো যে, $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$

9. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

- (i) পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত করো এবং প্রমাণ করো।
- (ii) প্রমাণ করো যে, বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে যে দুটি স্পর্শক টানা যায়, তাদের স্পর্শবিন্দুর সঙ্গে বহিঃস্থ সংযোজক রেখাংশ দুটি সমান এবং তারা কেন্দ্রে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

10. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 1 = 3

- (i) P ও Q কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পরকে O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। যদি APB ও CQD দুটি সমান্তরাল ব্যাস হয়, তবে প্রমাণ করো যে, A, O, D , বিন্দুত্রয় সমবিন্দু।



(ii) $\triangle ABC$ -এর $\angle BAC = 90^\circ$; $AD \perp BC$ হলে

$$\text{প্রমাণ করো যে, } \frac{\triangle ABC}{\triangle ADC} = \frac{BC^2}{AC^2}$$

11. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

- (i) 10 সেমি, 7 সেমি ও 5 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করো।
- (ii) জ্যামিতিক উপায়ে $2\sqrt{7}$ -এর মান নির্ণয় করো।

12. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 × 2 = 6

- (i) যদি $(1 + 4x^2) \cos A = 4x$ হয়, তাহলে দেখাও যে, $\operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{1+2x}{1-2x} = \sin \theta$
- (ii) প্রমাণ করো: $\sqrt{\frac{1+\cos 30^\circ}{1-\cos 30^\circ}} = \sec 60^\circ + \tan 60^\circ$
- (iii) α ও β পরস্পর পূরক কোণ হলে,

$$\text{দেখাও যে, } \cot \beta + \cos \beta = \frac{\cos \beta}{\cos \beta} (1 + \sin \beta)$$

13. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

5 × 1 = 5

- (i) 126 ডেসিমি উঁচু একটি উল্লম্ব খুঁটি মাটি থেকে কিছু ওপরে দুমড়ে গিয়ে ওপরের অংশ কাত হয়ে পড়ায় তার অগ্রভাগ মাটি স্পর্শ করে। ভূমির সঙ্গে 30° কোণ উৎপন্ন করে। খুঁটিটি কত ওপরে দুমড়ে ছিল?
- (ii) দুটি স্তম্ভের উচ্চতা যথাক্রমে 180 m ও 60 m। দ্বিতীয় স্তম্ভটির গোড়া থেকে প্রথমটির চূড়ার উন্নতি কোণ 60° হলে, প্রথমটির গোড়া থেকে দ্বিতীয়টির উন্নতি কোণ কত?

14. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

4 × 2 = 8

- (i) একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল $47\frac{1}{7}$ বর্গসেমি এবং একই ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $113\frac{1}{7}$ বর্গসেমি। শঙ্কুটির উচ্চতা কত?
- (ii) একটি সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 3 : 2 : 1 এবং তার আয়তন 384 ঘনসেমি। চৌপলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- (iii) 12 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট চোঙাকৃতি পাত্র আংশিক জলপূর্ণ আছে। একটি কঠিন গোলাকৃতি বল ওই পাত্রের মধ্যে ডোবানো হল। এতে জলস্তর 1 সেমি উঠে এলে, বলের ব্যাসার্ধ কত?



15. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$4 \times 2 = 8$$

(i) নীচের তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় করো।

শ্রেণি সীমানা	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
পরিসংখ্যা	7	2	5	8	3

(ii) নীচের রাশিতথ্যের থেকে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করো।

শ্রেণি	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
ছাত্রসংখ্যা	5	6	15	10	5	4	2	2

(iii) নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজনে p ও q -এর মান নির্ণয় করো। দেওয়া আছে যে, পরিসংখ্যা বিভাজনটির যৌগিক গড় 62.8 এবং মোট পরিসংখ্যা 50।

শ্রেণি	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	00-120
পরিসংখ্যা	5	$p + q$	10	$q + p$	7	8

Answers

Set 1

- (i) b. 2 বছর; (ii) a. 180; (iii) b. 0.5; (iv) c. 8 সেমি; (v) a. $y < x$ একক; (vi) d. 40;
- (i) $2 - \sqrt{5}$; (ii) 5 তম; (iii) 2 : 1; (iv) $\sqrt{3}$; (v) 45° ; (vi) 5 : 6
- (i) সত্য; (ii) মিথ্যা; (iii) সত্য; (iv) মিথ্যা; (v) মিথ্যা; (vi) মিথ্যা
- (i) 20%; (ii) 20° ; (iii) 2,40,000 টাকা; (iv) $\sqrt{3}$; (v) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$; (vi) 2.5 সেমি;
(viii) 1 : 2 : 3; (ix) $\frac{25}{2}$; (x) 18 সেমি; (xi) $d = 2\sqrt{l^2 + h^2}$ (xii) 550
- (i) B-12000 টাকা; C-8000 টাকা; (ii) 63636.36 টাকা
- (i) $x = 2, -3$;
- (i) 37;
- (ii) 2.732 কিমি;
- (i) 3 : 2, (ii) 9 সেমি; (iii) 112 মিটার;
- (i) 75.75, (ii) $K = 10$; (iii) 14.4

Set 2

- (i) c. $\frac{100}{x}$ টাকা (ii) d. $x^2 \propto y^2$; (iii) c. 2; (iv) a. 92° ; (v) a. 3 : 2; (vi) d. 24
- (i) $9 - \sqrt{5}$; (ii) 1; (iii) বর্গের; (iv) 0; (v) 1 : 4; (vi) কেন্দ্রীয়।



3. (i) মিথ্যা; (ii) মিথ্যা; (iii) মিথ্যা; (iv) মিথ্যা; (v) সত্য; (vi) সত্য
4. (i) 40 টাকা; (ii) 480 টাকা; (iii) 1458; (iv) $a = 2$; (v) 50° ; (vi) $(xy^2)^{\frac{2}{3}} + (x^2y)^{\frac{2}{3}} = 1$;
(viii) 38.5 বর্গসেমি; (ix) $\frac{1}{9}$; (x) $2 : 3$; (xi) 108° ; (xii) 13
5. (i) $B = 12000$ টাকা; $C = 8000$ টাকা; (ii) 8000 টাকা;
7. (i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;
12. (ii) -2 ;
13. (ii) 30° ;
14. (i) 18 লিটার; (ii) 38.5 বর্গমিটার; (iii) $\pi a^2 (\sqrt{5} + 1)$ বর্গসেমি;
15. (i) 78.44 (প্রায়) (ii) $x = 9$, $y = 16$; (iii) 82

Set 3

1. (i) a. 15 বছরে; (ii) b. 123; (iii) c. 8 সেমি; (iv) a. 0; (v) d. 8 (vi) c. 5
2. (i) $3 : 2$; (ii) 1; (iii) বৃত্তাংশস্থ; (iv) 1; (v) $2 : 3$; (vi) 27
3. (i) সত্য; (ii) মিথ্যা; (iii) মিথ্যা; (iv) সত্য; (v) সত্য; (vi) সত্য সেমি;
4. (i) 1224.16 টাকা; (ii) 24000 টাকা; (iii) $6 : 4 : 3$; (iv) 8 সেমি; (v) $\frac{1}{2}$;
(vi) $(\tan \theta - 1)^2$; (viii) $\frac{17248}{3}$ ঘনসেমি; (ix) 5.4 সেমি; (x) 1;
(xi) 150° ; (xii) 27.
5. (i) 5000 টাকা; 6% (ii) 43740 টাকা;
6. (i) $x = 2a$ এবং $x = 3a$ (ii) $\frac{5}{4}$;
13. (i) 42 ডেসিমি; (ii) 30° ;
14. (i) 4 সেমি; (ii) 352 বর্গসেমি; (iii) 3 সেমি;
15. (i) 47; (ii) 18.21; (iii) $p = -2$, $q = 10$